実数型多目的進化的計算法

Real-Coded Multi-Objective Evolutionary Computation

○大山聖（東北大院）正　大林茂（東北大工）

Akira OYAMA, Tohoku University, Sendai
Shigeru OBAYASHI, Tohoku University, Sendai

Key Words : Optimization, Evolutionary computation

１．はじめに

工学的な最適化問題は目的が複数存在する多目的最適化問題である場合が多く、しばしばそれらは相反する要求である。例えば航空機の翼設計は空気抵抗を減らすために翼厚を薄くする必要があるが、その一方で薄い翼は翼の構造重量を増加させる。このような問題では異なる要求に対する妥協解群（パレート最適解）が存在する。

最適化法として現在もっともよく使われている勾配法や焼きなまし法といった単点探査法では一般に複数の目的関数の重み付平均などのスカラー化手法を用いて多目的最適化問題を解く必要があり、パレート最適解を一度に得ることはできない。また、適切な重み付けは試行錯誤的にしか見つけることができない。

一方、生物の進化のメカニズムを模倣した比較的新しい手法である進化的アルゴリズム（ＥＡ）は複数の設計候補群を用いる多点探査法であるという特徴からパレート最適解を一度に得ることができ、多目的最適化問題に最も適した最適化手法であるといえる。

多くの工学的な最適化問題は非線形かつ多峰的であり、凹型のパレートフロントや不連続なパレートフロントを含むこともある。このため、通常のＥＡでは真のパレート最適解を得ることができないこともあり、ロバスト性や効率のさらなる向上が期待されている。そのためには、異なる手法を系統立てて比較・検討を行うことができるテスト問題が必要となるが、多目的ＥＡ（ＭＯＥＡ）のための系統だったテスト問題は今だ確立されていない。よって本研究では、最適解の探索を困難にするいくつかの重要な最適化問題の特徴に着目して提案された Deb の多目的最適化のテスト関数[1]を、筆者らがこれまで用いてきたＭＯＥＡによる計算結果とあわせて紹介する。

２．テスト関数

本研究で提示される２目的 N 変数の最小化テスト問題は以下の式で定義される。

$$\text{Minimize}\quad f_1(\vec{x}) = f_1(x_1, x_2, \ldots, x_m) \tag{1}$$

$$\text{Minimize}\quad f_2(\vec{x}) = g(x_{m+1}, \ldots, x_N)h(f_1, g) \tag{2}$$

ここで $m<N$ である。式(1)(2)を用いることにより、単純な凸型パレートフロントではなく、凹型や不連続なパレートフロントをもったテスト問題、多峰的なテスト問題などを形成することができる。以下に有用であると思われる具体的な問題を提示する。それぞれ設計変数の数は１０以上にとるのが望ましい。

凹型多目的最適化問題

$$f_1(x_1) = x_1 \tag{3}$$

$$g(x_2, \ldots, x_N) = 1 + 10\frac{\sum_{i=2}^{N} x_i}{N-1} \tag{4}$$

$$h(f_1, g) = 1 - \left(\frac{f_1}{g}\right)^a \tag{5}$$

すべての設計変数は[0,1]の値をとることとする。真のパレート解は $0 \le x_1 \le 1$, $x_i = 0 \quad (i = 2, \ldots, N)$ である。式(5)の a の値を変えることにより凸型のパレートフロントをもつ最適化問題（例えば $a = 0.5$）と凹型のパレートフロントをもつ最適化問題（例えば $a = 2$）をテストすることができる。

図１に $a = 2$（凹型）の真のパレートフロントとＭＯＥＡで求められた最適解を示す。f_1 が 0.1 以下の領域を除いて一様にパレート最適解が得られていることがわかる。ここで用いたＭＯＥＡは実数コーディングとし、シェアリングを加えたパレートランキング法とベストＮ選択、BLX0.5 による交叉と突然変異によって構成される。集団の大きさと世代数はそれぞれ２００と３００、テスト問題の設計変数の数 N は１０とした。これらの計算条件は以下のテスト問題の計算結果についても同様である。

不連続多目的最適化問題

$$f_1(x_1) = x_1 \tag{6}$$

$$g(x_2, \ldots, x_N) = 1 + 10\frac{\sum_{i=2}^{N} x_i}{N-1} \tag{7}$$

$$h(f_1, g) = 1 - \left(\frac{f_1}{g}\right)^{0.25} - \frac{f_1}{g}\sin(10pf_1) \tag{8}$$

すべての設計変数は[0,1]の値をとり、真のパレート解は $x_i = 0 \quad (i = 2, \ldots, N)$ である。x_1 は[0,1]の範囲の不連続な領域に存在する。図２にこの問題の真のパレートフロントと計算により求められたパレート解を示す。この問題でも一様にパレート解が得られた。

多峰的多目的最適化問題

$$f_1(x_1) = x_1 \tag{9}$$

$$g(x_2, \ldots, x_N) = 1 + 10(N-1) + \sum_{i=2}^{N}\left(x_i^2 - 10\cos(2px_i)\right) \tag{10}$$

$$h(f_1, g) = 1 - \left(\frac{f_1}{g}\right)^{0.5} \tag{11}$$

探査領域は $0 \le x_1 \le 1$，$-30 \le x_i \le 30 \ (i = 2,\dots,N)$ とする。大域的なパレート最適解は $0 \le x_1 \le 1$，$x_i = 0 \ (i = 2,\dots,N)$ である。図３に真のパレートフロントを示す。ＥＡにより得られたパレート解は真のパレートフロントからかなり離れており、図には表示されていない。

偏重多目的最適化問題

$$f_1(x_1) = 1 - \exp(-4x_1)\sin^6(5px_1) \qquad (12)$$

$$g(x_2,\dots,x_N) = 1 + 10\left(\frac{\sum_{i=2}^{N} x_i}{N-1}\right)^{0.25} \qquad (13)$$

$$h(f_1, g) = 1 - \left(\frac{f_1}{g}\right)^2 \qquad (14)$$

すべての設計変数は[0,1]の値をとり、真のパレート解は $0 \le x_1 \le 1$，$x_i = 0 \ (i = 2,\dots,N)$ である。この問題は図４に示す x_1 を０から１まで変化させたときの f_1 の分布からわかるように、f_1 が小さな値をとる探査領域が小さく、f_1 が大きな値をとる探査領域が大きいため、一様なパレート解を得るのが困難な問題である。図５に真のパレートフロントと計算結果を図４に示す。

３．まとめ

本研究では実数型多目的進化的計算法のためのテスト問題と筆者らが用いてきたＭＯＥＡによる計算結果を提示した。ここで示されたテスト問題では、実際の最適化問題において最適化を困難にする凹型や不連続なパレートフロントをもった問題、多峰的な問題などを検証することができる。筆者らがこれまで用いてきた手法は、複雑なパレート面を捉えることはできるが、多峰性のある問題では真の解に到達する能力が十分でないことが示された。今後これらのテスト関数を用いて異なる遺伝的オペレータを比較することにより、よりロバストでより効率的なアルゴリズムを開発する事ができるであろう。

参考文献

[1] Deb. K., “Construction of Test Problems for Multi-Objective Optimizat ion,” Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference, July 13-17, 1999, pp. 164-171.

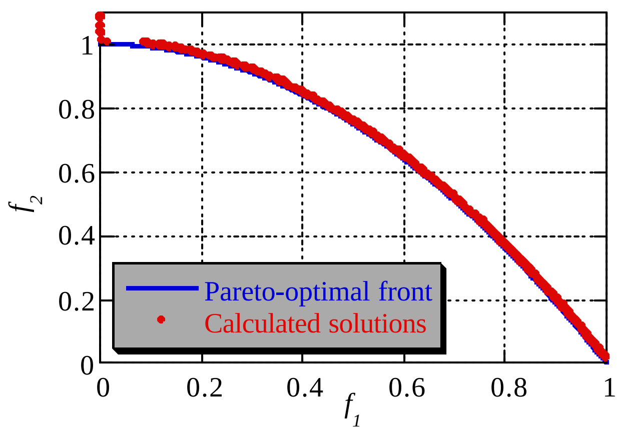

Figure 1. Concave test problem.

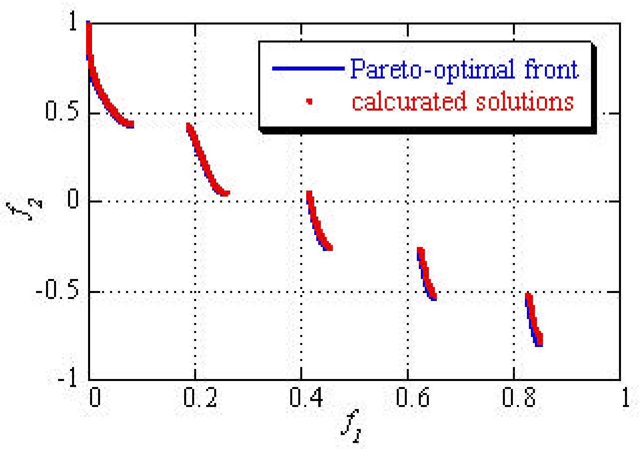

Figure 2. Discontinuous test problem.

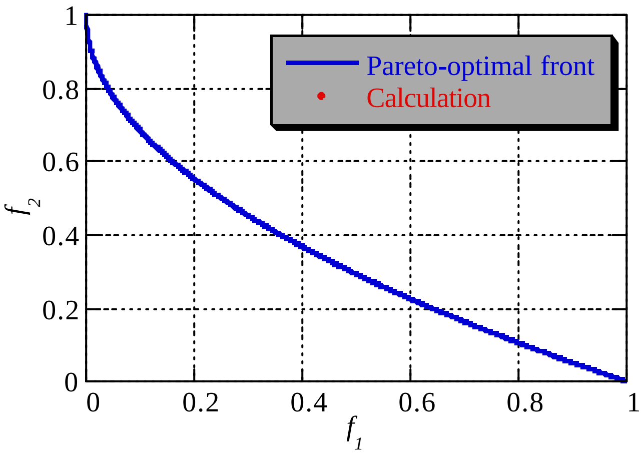

Figure 3. Multi-modal test problem.

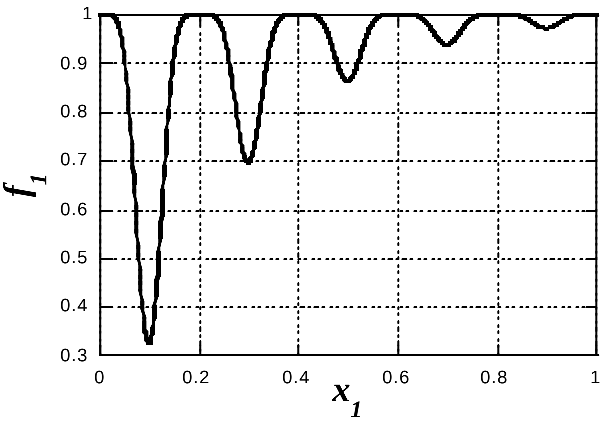

Figure 4. f_1 distribution of the biased test problem.

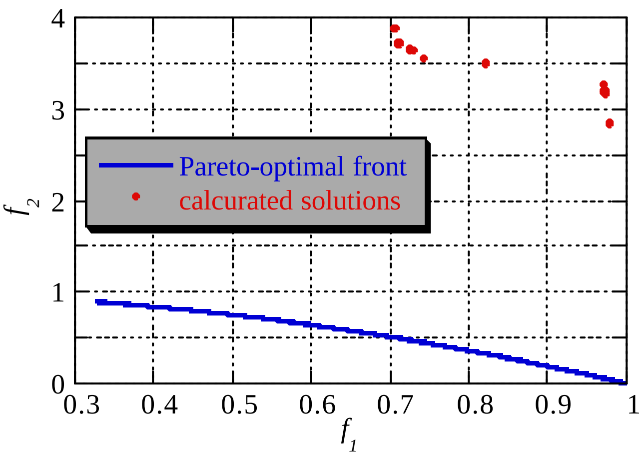

Figure 5. Biased test problem.