計算工学講演会論文集　Vol.14 (2009年5月）　計算工学会

# 固有直交分解を用いたパレート最適翼型の流れ場マイニング

FLOW DATA MINING OF PARETO-OPTIMAL AIRFOILS USING PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION

大山聖1)，Paul Verburg2)，野々村拓1)，藤井孝藏1)，
Akira Oyama, Paul Verburg, Taku Nonomura, and Kozo Fujii

1)工博　宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究本部助教
（〒229-8510 神奈川県相模原市由野台3-1-1, oyama@flab.isas.jaxa.jp）
2)工修　University of Twente（〒229-8510 神奈川県相模原市由野台3-1-1, paul@flab.isas.jaxa.jp）
3)工博　東京大学大学院学振特別研究員　工学系研究科航空宇宙工学専攻
（〒229-8510 神奈川県相模原市由野台3-1-1, nonomura@flab.isas.jaxa.jp）
4)工博　宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究本部教授
（〒229-8510 神奈川県相模原市由野台3-1-1, fujii@flab.isas.jaxa.jp）

A new approach to extract useful design information from flow data of Pareto-optimal solutions is proposed. The proposed approach uses proper orthogonal decomposition to decompose flow data of Pareto-optimal solutions into principal modes and corresponding Eigen vectors. To show the capability of the proposed approach, pressure field around Pareto-optimal solutions of an aerodynamic transonic airfoil shape optimization is analyzed. The result shows that the proposed approach is useful to analyze flow field of Pareto-optimal solutions.

***Key Words :*** *Proper Orthogonal Decomposition, data mining, Pareto-optimal solutions*

## 1.　はじめに

多目的設計探査[1]は，多目的設計最適化により得られたパレート最適解もしくは実行可能解すべての設計変数値や目的関数値について，自己組織化マップや分散分析などのデータマイニング手法を用いて分析することにより，設計上有益な情報を引き出す手法である．近年，この手法の有効性が広く認められつつあり，航空機設計[2]やロケットエンジンに関する研究[3]などに用いられるようになってきた．

しかしながら，設計変数と目的関数間の関係をみているだけでは，その設計問題の背後にある物理現象を明らかにすることは難しい．たとえば，遷音速翼の空力多目的最適化問題について，パレート最適解すべての流れ場データを分析すれば，衝撃波の発生や流れの剥離が空力抵抗を増加させることがわかるが，設計変数（例えば，前縁半径やねじり角のスパン方向分布）と空力抵抗との関係をみていても上記のような物理現象を理解することは難しい．また，設計変数と目的関数の間の関係をみる場合は，得られる知見がパラメータ化手法に依存してしまうことも指摘されている[4].

著者らは文献[5]でパレート最適解のもつ形状データや表面圧力分布からのデータマイニングに固有直交分解(Proper Orthogonal Decomposition (POD)，統計の分野では主成分分析, パターン認識の分野ではKarhunen-Loeve展開などとも呼ばれる）が有効であることを示した．PODは統計手法の一つであり，データを分散が最大になるモードと固有ベクトルの組み合わせに分解することにより，支配的な現象を抽出することが可能である．

本研究では，PODを用いたパレート最適解からのデータマイニング手法を，多目的空力遷音速翼型形状最適化問題のパレート最適解のもつ空間圧力分布に適用し，空間流れ場データからのＰＯＤを用いたデータマイニングの有効性を検証する．

## 2.　解析するパレート最適解

本研究で解析を行うパレート最適解は下に示す多目的空力形状最適化問題を解くことで得られた翼型である．

| | |
|---|---|
| 目的関数： | 揚力係数 *Cl*（最大化） |
| | 抗力係数 *Cd*（最小化） |
| 制約条件： | 揚力係数 *Cl*>0，最大翼厚比＞0.10 |
| 設計変数： | 翼型を表現するB-Splineの制御点の(*x*,*y*) |
| | 座標（図１） |
| 設計条件： | 一様流マッハ数 0.8 |
| | レイノルズ数（コード長基準）　$10^6$ |

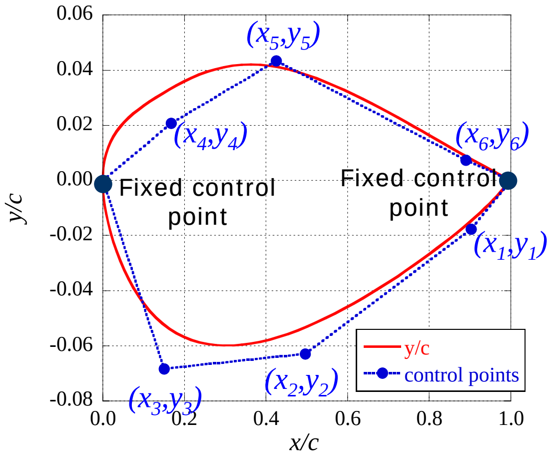



図１　翼型の定義方法

パレート最適解は文献[6]で用いた多目的進化アルゴリズム(MOEA)を使って求めている．人口サイズは６４，世代数は６０としている．MOEAに関するその他のパラメータ値は文献[6]とおなじである．それぞれの解の揚力係数および抗力係数は，翼型周りの空間を離散化し，２次元Navier-Stokes方程式を解いて得られた流れ場からもとめる．２次元Navier-Stokes方程式の解法の詳細については文献[7]を参照されたい．

得られた解の分布と揚力係数最大翼型，揚抗比最大翼型，抗力係数最小翼型まわりの圧力分布を図２に示す．得られたパレート最適解は８５個である．揚抗比が最大の翼型はスーパークリティカル翼型と同様の特徴を持つ形状になっており，得られた解は厳密なパレート最適解のよい近似解になっていることが確認できる．

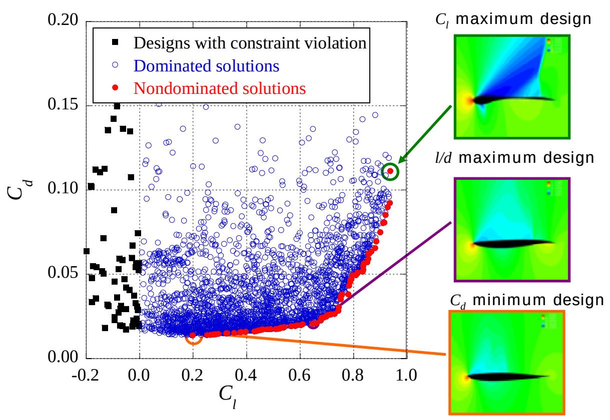



図２　得られた解の分布といくつかの解の空間圧力分布

## 3.　PODを用いたパレート最適解の解析手法

PODを用いて，得られたパレート最適解の２次元静圧分布からのデータマイニングを行う．本研究ではSirovichが提案したsnapshot POD [8] を用いる．　パレート最適解の番号$n$を図３に示すように抗力最小の解を$n=1$，揚力最大の解を$n=nmax(=85)$と定義する．

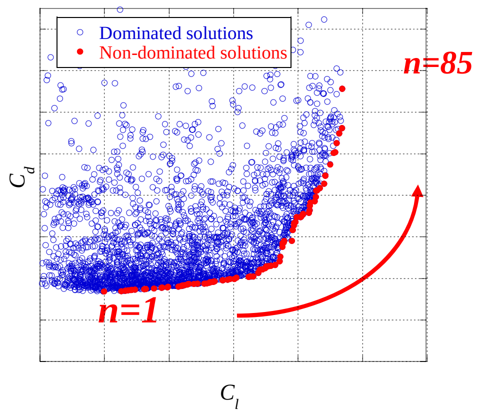



図３　パレート最適解の番号付け

通常，PODでは得られる各モードの分散値（情報量）を最大にするため，平均値からの擾乱を解析するが，得られたパレート最適解の圧力分布の平均値からの擾乱について議論することは特に意味がないので，パレート最適解を分析する際には，パレート解の代表（たとえば中央のパレート最適解）のデータからの擾乱などを議論するのがわかりやすいと考えられる．ここでは揚抗比最大の解がほぼ中央に位置するため（８５個のパレート最適解のうちの４０番目），揚抗比最大の解からの擾乱について解析を行う．

$$\begin{bmatrix} q(1,n) \\ q(2,n) \\ \vdots \\ q(j\max-1,n) \\ q(j\max,n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{l/d\_\max}(1) \\ q_{l/d\_\max}(2) \\ \vdots \\ q_{l/d\_\max}(j\max-1) \\ q_{l/d\_\max}(j\max) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q'(1,n) \\ q'(2,n) \\ \vdots \\ q'(j\max-1,n) \\ q'(j\max,n) \end{bmatrix} \tag{1}$$

ここで$j=1,jmax$は物理量（本研究では静圧）の定義される格子点の番号であり，$jmax$は9849（コード方向格子点数201x垂直方向格子点数49）である．擾乱成分をPODを用いて線形分解すると

$$\begin{bmatrix} q'(1,n) \\ q'(2,n) \\ \vdots \\ q'(j\max-1,n) \\ q'(j\max,n) \end{bmatrix} = a_1(n) \begin{bmatrix} q'_{base}(1,1) \\ q'_{base}(2,1) \\ \vdots \\ q'_{base}(j\max-1,1) \\ q'_{base}(j\max,1) \end{bmatrix} + \cdots + a_{m\max}(n) \begin{bmatrix} q'_{base}(1,m\max) \\ q'_{base}(2,m\max) \\ \vdots \\ q'_{base}(j\max-1,m\max) \\ q'_{base}(j\max,m\max) \end{bmatrix} \tag{2}$$

と正規化された固有ベクトル$a_m(n)$と直交基底関数$q'_{base}$の線形和で表現できる．ここで$m$はモードの番号であり$m=1,2,\cdots, mmax(=nmax)$である．Snapshot PODでは，それぞれの固有ベクトル$a_m(n)$は，式(3)で表されるエネルギーを最大にするように決定される．

$$\sum_{j=1}^{j\max} q'^2_{base}(j,m) \quad , m=1, 2, \ldots, mmax \tag{3}$$

このような$a_m(n)$は式(4)の共分散行列の固有値問題を解くことで得ることができる．

$$\begin{pmatrix} S_{1,1} & \cdots & S_{m1,1} & \cdots & S_{m\max,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ S_{1,m2} & \cdots & S_{m1,m2} & \cdots & S_{m\max,m2} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{1,m\max} & \cdots & S_{m1,m\max} & \cdots & S_{m\max,m\max} \end{pmatrix} \tag{4}$$

ここで

$$S_{m1,m2} = \sum_{j=1}^{j\max} q'(j,m1)q'(j,m2) \tag{5}$$

## 4.　結果

図４に１０番目のモードまでのエネルギー比率を示す．第１モードが支配的になっていることがわかる（79%以上）．第２モードまでで全体の90%以上を占めていることから，以下では第１及び第２モードを元に，静圧分布からのデータマイニングを行う．

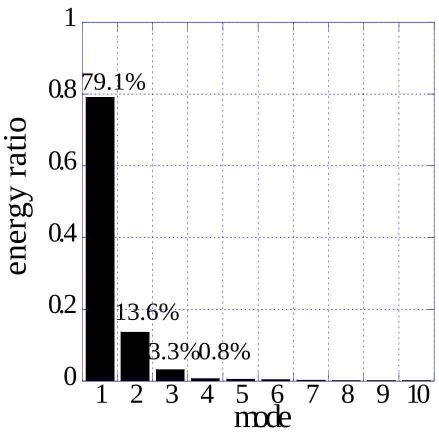



図４　各モード（各主成分）のエネルギー比率

図５，６に第４モードまでの固有ベクトルの成分を示す．図５が横軸に$n$をとった場合，図６が横軸に揚力係数をとった場合である（$n$と揚力係数の関係は図３を参照）．この図から，パレート最適解は３つのグループに分けられることがわかる．抵抗が小さい解(1≦$n$≦39)は第１モードおよび第２モードの固有ベクトルの成分が負であり，$n$が増えるにつれて（揚力が増えるにつれて）ゼロに近づく．揚抗比が大きい解(40≦$n$≦52)は第２モードの固有ベクトルの成分がほぼゼロであり，nが増えるにつれて第１モードのみゼロから増えていく．揚力が大きい解(53≦$n$≦85)は大きな正の第１モード固有ベクトル成分と大きな負の第２モード固有ベクトル成分を持つ．

図７にＰＯＤ解析の基準とした揚抗比最大翼型の圧力分布および第１モードと第２モードの直交基底関数を示す．第１モードの直交基底関数は，1)上面側，および，2)前縁付近の下面側，の静圧分布に強い成分を持っていることがわかる．第２主成分の直交基底関数は，1)上面側，2)前縁付近の下面側，および，3)後縁付近の下面側，の静圧分布に強い成分を持っていることがわかる．このことはパレート最適解の間で圧力分布は上面，下面前縁付近と下面後縁付近でのみ大きくことなっていることをしめしている．

さらに，パレート最適解の静圧分布が式(1)および(2)で表されることを考えると，得られた固有ベクトルおよび直交基底関数から，以下のことがわかる．

１）後縁付近の下面側の圧力分布については第１モードの直交基底関数はほぼゼロであり，第２モードが支配的である．第２モードの直交基底関数の成分が正であることから，揚抗比が大きな翼型*(40≦$n$≦52)*がもっとも後縁付近下面での圧力分布が大きくなり，後縁付近下面で圧力を上昇させることが揚抗比を最大にするために必要であることがわかる．また，抵抗が小さい翼型群については，揚力の上昇とともに，後縁付近下面圧力を上昇させていくが，揚力が大きい翼型群については，後縁付近下面圧力はほぼ一定となっていることがわかる．

２）前縁付近の下面側の圧力分布については，第１モードの直交基底関数は負であり，第２モードは正でその絶対値は第１モードのほぼ1/2倍になっている．抵抗が小さい解（1≦n≦39）については，第１モードの固有ベクトル成分は，第２モードの固有ベクトル成分の約半分である．このことは，抵抗が小さい解については前縁付近の下面側の圧力分布は揚抗比最大の解の圧力分布とあまり違いがないことを示している．揚抗比が大きい解(40≦n≦53)については第２モードの固有ベクトル成分がほぼ一定であることから，下面前縁付近の圧力は揚力が増えるにつれて減少することがわかる．揚力が大きい解(53≦n)については第１モードおよび第２モードの固有ベクトルの成分は逆符号になっており，揚力が増加するにつれて，前縁付近下面の圧力が急激に小さくなることがわかる．

３）上面側の圧力分布についても同様に，抵抗が小さい解（$n$≦40）については上面の圧力分布は揚抗比最大の解の圧力分布とあまり違いがなく，揚抗比が大きい解および揚力が大きい解(40≦n)についてのみ揚力が増加するにつれて，上面の圧力が急激に小さくなることを示している．

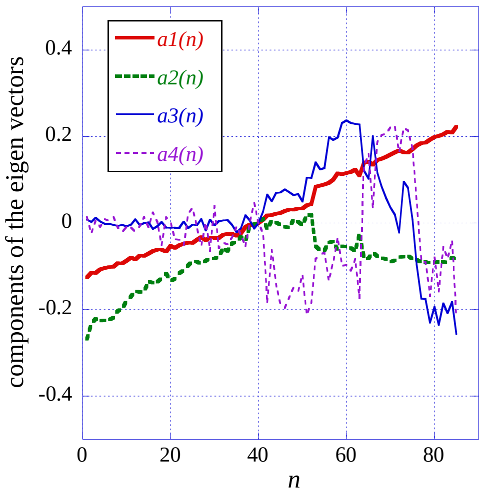



図５　第４モードまでの固有ベクトルの成分（横軸：n）

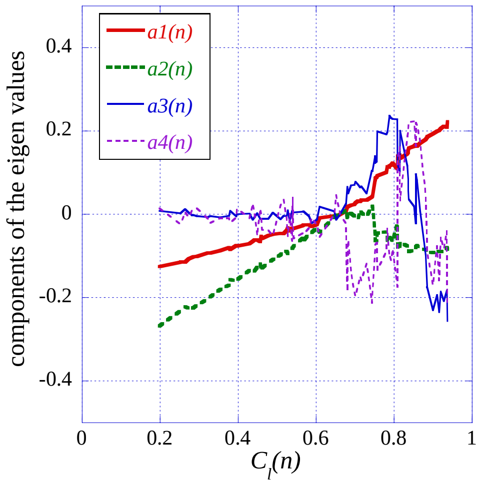
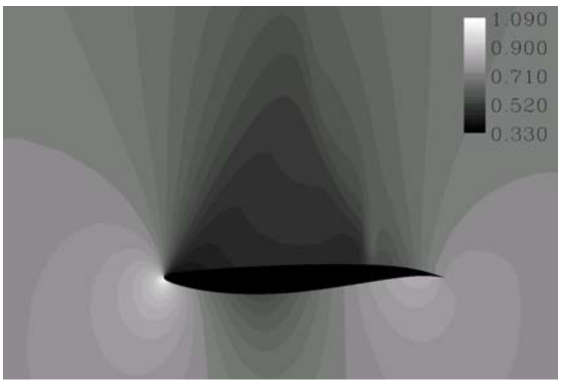
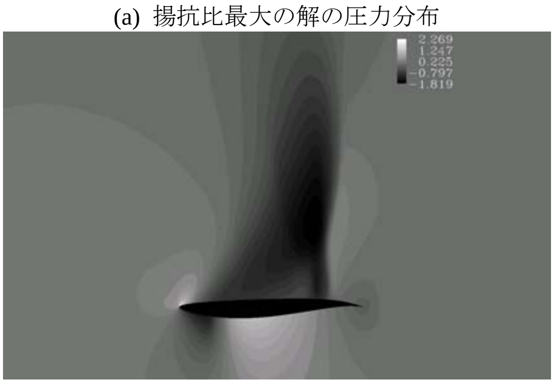


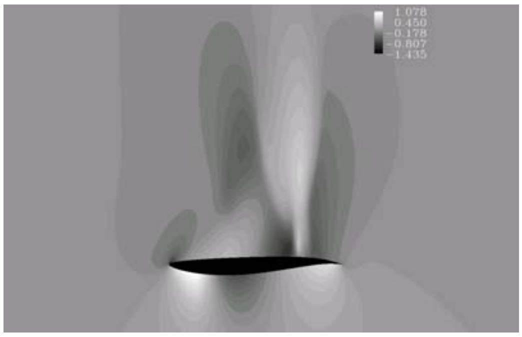

図６　第４モードまでの固有ベクトルの成分（横軸：揚力）




(a)  揚抗比最大の解の圧力分布



(b)  第１モード



(c)  第２モード

図７　揚抗比最大翼型の静圧分布と直交基底関数

## 5.　まとめ

本研究では，PODを用いたパレート最適解からのデータマイニング手法を，多目的空力遷音速翼型形状最適化問題のパレート最適解のもつ空間圧力分布に適用し，空間流れ場データからのＰＯＤを用いたデータマイニングの有効性を検証した．

本手法は３次元流れや非定常流れを持つ問題により効果を発揮することができると考えられる．今後はタービンブレードの最適化結果，３次元羽ばたき運動の最適化結果等に適用し，その有効性を示したい．

**謝辞**：本研究は科研費（20760552）の助成を受けたものである

### 参考文献

1) Shinkyu Jeong, Kazuhisa Chiba, and Shigeru Obayashi: Data Mining for Aerodynamic Design Space, *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication* Vol. 2, No. 11, pp. 452-469, 2005.
2) Kazuhisa Chiba, and Shigeru Obayashi: Data Mining for Multidisciplinary Design Space of Regional-Jet Wing, *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication*, Vol. 4, No. 11, pp. 1019-1036, 2007.
3) Naoki Tani, Akira Oyama, and Nobuhiro Yamanishi: Multi Objective Design Optimization of Rocket Engine Turbopump Turbine, Proceedings of the 5th International Spacecraft Propulsion Conference / 2nd International Symposium on Propulsion for Space Transportation, 2008.
4) Paul C. Verburg, Yoshiyuki Ishikawa, Akira Oyama, Kozo Fujii: A Proposal of Airfoil Parameters Providing Good Correlation with Aerodynamic Performance, 第22回数値流体力学シンポジウム講演論文集，2008.
5) 大山聖，野々村拓，藤井孝藏：多目的空力形状最適化問題のパレート最適解の固有直交分解を用いた分析法の提案，進化計算シンポジウム２００８講演論文集，2008.
6) Akira Oyama and Kozo Fujii: A Study on Airfoil Design for Future Mars Airplane, AIAA-2006-1484, 2006.
7) Akira Oyama: Wing Design Using Evolutionary Algorithm, Ph.D. Dissertation, Aeronautics and Astronautics Department, Tohoku Univ., Sendai, Japan, 2000.
8) Lawrence Sirovich: Turbulence and Dynamics of Coherent Structures Part 1: Coherent Structures, *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 45, No. 3, pp. 561-571, 1987.