

多目的空力形状最適化問題のパレート最適解の固有直交分解を用いた分析法の提案

大山聖[†], 野々村拓^{††}, 藤井孝藏[‡]

宇宙航空研究開発機構宇宙科学研究本部[†], 東京大学大学院^{††}, 宇宙航空研究開発機構宇宙科学研究本部[‡]

1. はじめに

多目的設計探索[1]は、多目的設計最適化により得られたパレート最適解もしくは実行可能解すべての設計変数値や目的関数値について、自己組織化マップや分散分析などのデータマイニング手法を用いて分析することにより、設計上有益な情報を引き出す手法である。近年、この手法の有効性が広く認められつつあり、航空機設計[2,3]や宇宙往還機に関する研究[4]、はばたき運動の空力に関する研究[5]、ロケットエンジンに関する研究[6]などに用いられるようになってきた。

翼や翼型などの空力形状最適化において、空力性能に関する目的関数を評価するためには、それぞれの設計候補について設計変数値をもとに形状および空間計算格子を作成し、数値流体力学等を用いて流れ場を得た上で、目的関数値を計算するという手順が一般に必要である (Fig.1)。そのため、それぞれの設計候補は設計変数や目的関数の他にも、形状や流れ場データなどをもっている。このことから、これまでのように設計変数と目的関数の関係のみを分析するのではなく、形状データや流れ場データなどの情報についても分析を行うことができれば、より多くの設計に役立つ知見が得られると考えられる。しかしながら、現状ではパレート解の持つ形状データや流れ場データなど、「空間で定義されるデータ」の効率的な分析方法は提案されておらず、いくつかの代表的なパレート最適解のみ取り出して可視化しているにとどまっている。

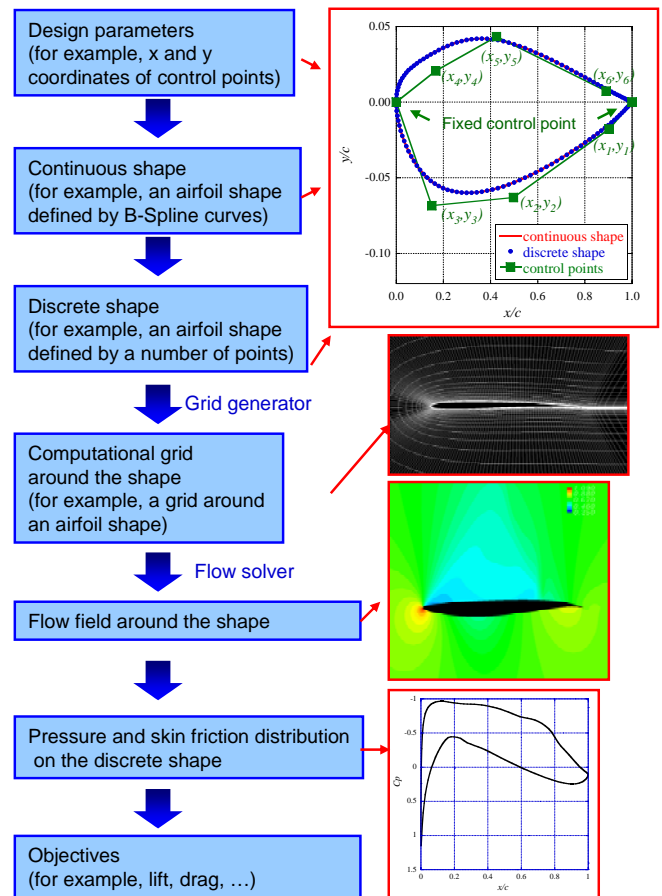


Fig.1 空力形状最適化における設計変数から目的関数を求める行程。目的関数を得るまでに様々な情報が得られる。

Propoer Orthogonal Decomposition for analysis of Pareto-optimal solutions of multiobjective aerodynamic shape optimization problems.

[†] Akira Oyama(oyama2@flab.isas.jaxa.jp)

^{††} Taku Nonomura(nonomura@flab.isas.jaxa.jp)

[‡] Kozo Fujii(fujii@flab.isas.jaxa.jp)

Institute of Space and Astronautical Science, Japan Aerospace Exploration Agency (†)

Department of Aeronautics and Astronautics, University of Tokyo (††)

Institute of Space and Astronautical Science, Japan Aerospace Exploration Agency (‡)

一方、近年の急速な流体計測技術の発達および計算機性能の向上により、流体力学の分野における研究対象は時間平均流れ場から乱流に代表される非定常流れ場に移行しつつある。非定常流れ場は空間と時間の計4次元の巨大なデータであり、非定常流れ場から有益な情報を如何にして引き出すかが重要な研究テーマの一つになっている。近年、非定常流れ場から有益な情

報を引き出すための手法として固有直交分解(Proper Orthogonal Decomposition (POD), 統計の分野では主成分分析, パターン認識の分野ではKarhunen-Loeve展開などとも呼ばれる)が使われ始めている[7-10]. PODは統計手法の一つであり, データを分散が最大になる直交基底ベクトルの組み合わせに分解することにより, 支配的な現象を抽出することが可能である.

近年, 最適化の分野でも最適化手法の効率化を目的として, PODが使われ始めている[10-15]. [10]や[11]では空力評価に用いるオイラー計算の効率化に用いている. また, [12]や[13]では多くの目的関数を持つ多目的最適化問題を効率的に解くために目的関数を縮約することを目的としてPODを用いている. [14]や[15]では, 設計変数を固有直交分解し, 主要なモードの固有ベクトルを設計変数とすることで多くの設計変数を持つ設計最適化問題を効率的に解く手法を提案している.

本研究では, これまでのPODの最適化問題への利用法とは異なり, 多目的空力形状最適化問題のパレート最適解のもつ形状データや流れ場データを固有直交分解し, 設計者に有益な知見を得る新しい手法を提案する. この手法により, パレート最適解の持つ形状データや流れ場データなどのこれまで分析がほとんどなされていなかったデータから設計に有意義な知識を抽出することが可能になると考えられる.

また, 本論文では, 提案する手法を多目的翼型形状空力最適化問題のパレート最適解の持つ形状データと一番簡単な流れ場データ(表面圧力係数分布)に適用し, その有効性を検証する.

2. 解析するパレート最適解

本研究で解析を行うパレート最適解は下に示す多目的空力形状最適化問題を解くことで得られた翼型である.

- 目的関数: 揚力係数 C_l (最大化)
 抗力係数 C_d (最小化)
- 制約条件: 揚力係数 $C_l > 0$, 最大翼厚比 > 0.10
- 設計変数: 翼型を表現するB-Splineの制御点の(x,y)座標 (Fig.2)

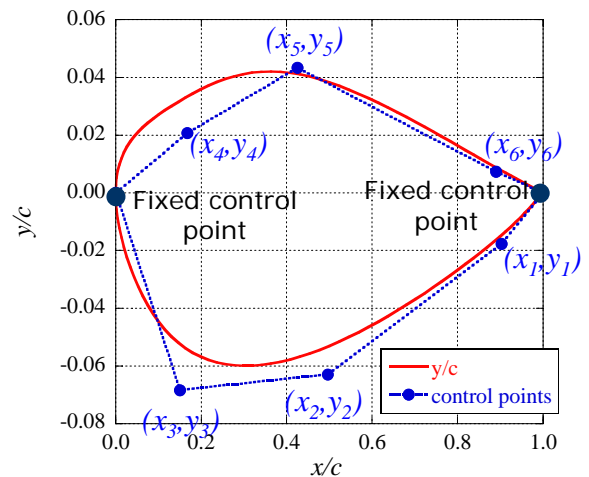


Fig.2 翼型の定義方法. 翼型はB-Spline曲線で表現し, 前縁と後縁をのぞく6つの制御点の(x,y)座標を設計変数とする. 設計変数の数は12である.

パレート最適解は文献[5]で用いた多目的進化アルゴリズム(MOEA)を使って求めている. ここで用いたMOEAは実数コーディングを用いている. 人口サイズは64, 世代数は60としている. 初期集団は設定された探索範囲 (Table 1) 全体をカバーするようにランダムに生成する. 各設計候補の適応度はパレートランキング[16], シェアリング[17], および制約条件取扱法[18]に基づいて決定される. 新しい世代の親集団はベストN選択とルーレット選択により選ばれる. 交叉にはBLX-0.5をもちい, 突然変異には一様突然変異を突然変異率0.2で用いている.

Table 1 設定探索領域

Design parameter	lower bound	upper bound
x_1	0.66	0.99
x_2	0.33	0.66
x_3	0.01	0.33
x_4	0.01	0.33
x_5	0.33	0.66
x_6	0.66	0.99
y_1	-0.1	0.10
y_2	-0.1	0.10
y_3	-0.1	0.10
y_4	0.0	0.20
y_5	0.0	0.20
y_6	0.0	0.20

それぞれの解の揚力係数および抗力係数は, 翼型周りの空間を離散化し, 2次元Navier-Stokes方程式を解いて得られた流れ場(密度分布, 速度分布, エネルギー

分布) からもとめる. 2次元Navier-Stokes方程式を解くために用いた計算コードはTVD上流差分[19], LUSGS陰解法[20], Baldwin/Lomaxの乱流モデル[21], 多重格子法[22]をベースとしている. 詳細については文献[23]を参照されたい.

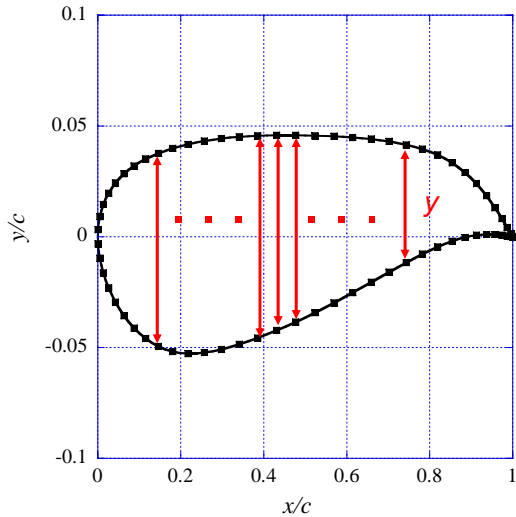


Fig.3 翼型表面の格子点上で定義されたy座標.

得られた解の分布と揚力係数最大翼型, 揚抗比最大翼型, 抗力係数最小翼型まわりの圧力分布をFig.4に示す. 得られたパレート最適解は85個である. また, これら3つの解の形状と表面圧力係数分布の比較をFig.5に示す. 抗力係数が小さい翼型は強い衝撃波を作らず抗力を小さく抑えており, 揚力係数が大きい翼型は上面に強い負圧領域を発生させ, 揚力を稼いでいる. また, 揚抗比が大きい翼型はよく知られたスーパークリティカル翼型に似た形状になっていることがわかる. これらのことから得られた解は厳密なパレート最適解のよい近似解になっていることが確認できる.

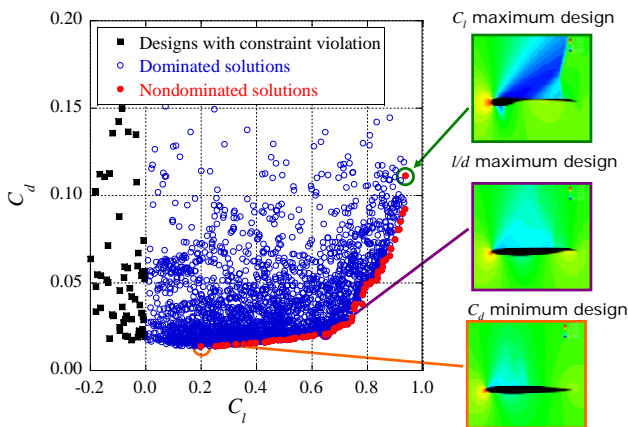


Fig.4 得られた解の分布といくつかの解のまわりの流れ場 (圧力分布).

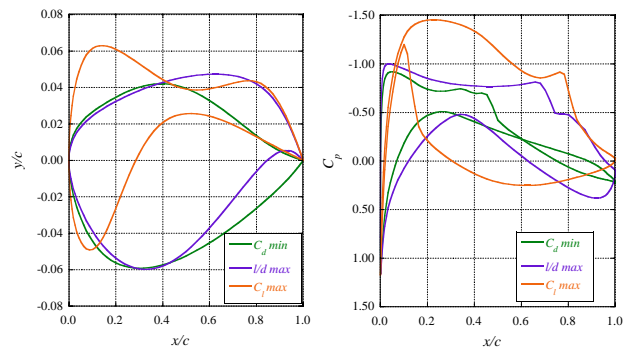


Fig.5 抗力係数最小, 揚抗比最大, 揚力係数最大の翼型形状と表面圧力係数分布.

3. 固有直交分解を用いたパレート最適解の解析手法

本手法のアイデアは, パレート最適解の形状および流れ場データをPODを用いて主成分に分解し, その成分および強度を可視化することにより, 多数のパレート最適解の持つ形状や流れ場データから設計者に役に立つ情報を抽出することである.

本研究ではSirovichが提案したsnapshot POD [24]を用いる. ここでは85個の得られたパレート最適解のもつデータ (翼型表面上の形状データ(y座標)および表面圧力係数分布 C_p) を分析する. パレート最適解の番号 n をFig.6に示すように抗力最小解を $n=1$, 揚力最大解を $n=n_{max}(=85)$ と定義する.

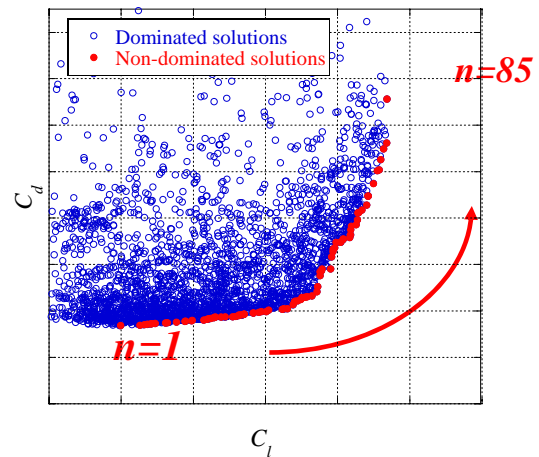


Fig.6 パレート最適解の番号付け

このときパレート最適解の形状データもしくは流れ場データは式(1)のように平均値と擾乱成分に分解される.

$$\begin{bmatrix} q(1,n) \\ q(2,n) \\ \vdots \\ q(j \max-1,n) \\ q(j \max,n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{ave}(1) \\ q_{ave}(2) \\ \vdots \\ q_{ave}(j \max-1) \\ q_{ave}(j \max) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q'(1,n) \\ q'(2,n) \\ \vdots \\ q'(j \max-1,n) \\ q'(j \max,n) \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで j は y 座標や物理量の定義される格子点の番号で $j=1, \dots, j \max (=137)$ である. 擾乱成分を線形分解すると

$$\begin{bmatrix} q'(1,n) \\ q'(2,n) \\ \vdots \\ q'(j \max-1,n) \\ q'(j \max,n) \end{bmatrix} = a_1(n) \begin{bmatrix} q'_{base}(1,1) \\ q'_{base}(2,1) \\ \vdots \\ q'_{base}(j \max-1,1) \\ q'_{base}(j \max,1) \end{bmatrix} + \dots + a_m(n) \begin{bmatrix} q'_{base}(1,m \max) \\ q'_{base}(2,m \max) \\ \vdots \\ q'_{base}(j \max-1,m \max) \\ q'_{base}(j \max,m \max) \end{bmatrix} \quad (2)$$

と正規化された固有ベクトル $a_m(n)$ と直交基底ベクトル q'_{base} の線形和で表現できる. ここで m はモードの番号であり $m=1, 2, \dots, m \max-1, m \max (=n \max)$ である. Snapshot PODでは, それぞれの固有ベクトル $a_m(n)$ は, 式(3)で表されるエネルギーを最大にするように決定される.

$$\sum_{j=1}^{j \max} q_{base}^2(j, m), m=1, 2, \dots, m \max \quad (3)$$

このような a_m は式(4)の共分散行列の固有値問題を解くことで得ることができる.

$$\begin{pmatrix} S_{1,1} & \cdots & S_{m1,1} & \cdots & S_{m \max,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ S_{1,m2} & \cdots & S_{m1,m2} & \cdots & S_{m \max,m2} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{1,m \max} & \cdots & S_{m1,m \max} & \cdots & S_{m \max,m \max} \end{pmatrix} \quad (4)$$

ここで

$$S_{m1,m2} = \sum_{j=1}^{j \max} q'(j, m1)q'(j, m2) \quad (5)$$

4. 結果

4.1 PODをもちいた翼型形状の分析

はじめに, 翼型形状の分析を行う. Fig.7に各モード(各主成分)のエネルギー比率を示す. 第1主成分が

85%で支配的なモードで, 第1~第4主成分で全体の99%以上を占めていることがわかる.

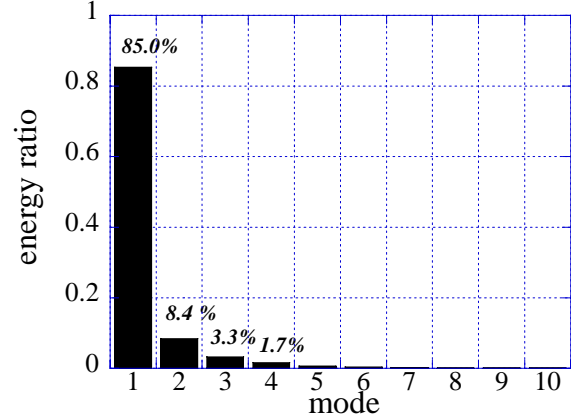


Fig.7 各モード(各主成分)のエネルギー比率.

Fig.8およびFig.9に平均形状と各モードの直交基底ベクトルおよび固有ベクトルを示す. Fig.9から, n が小さい翼型(抵抗が小さい翼型)は第1主成分の固有ベクトルが正で, 揚力が大きくなるにつれて小さくなり, 揚力が大きな翼型では負の値になっていることがわかる. Fig.8にある第1主成分の基底ベクトルもあわせて考えると, このことは抗力が小さい翼型では前縁付近の上面および約15%コード長から後縁までの下面を下げて迎角を小さくし, 揚力が大きい翼型は上面および下面をあげて迎角を大きくしていることに対応していると考えられる(Fig.10の再構築された翼型をみるとわかりやすい). つまり, 第1主成分は迎角変動に大きく寄与していると考えられる. また, 第1主成分の直交基底ベクトルをみると, 後縁付近の上面の形状変更にも大きな影響を与えていることもわかる.

第2主成分の固有ベクトルは, 抗力が小さい解では正の値を持ち, $n=42$ 付近で最小の負の値を持ち, また徐々に増加し正の値に転じている. また, Fig.8にある第2主成分の基底ベクトルは後縁付近で上面・下面とも大きな負の値をもっていることが特徴である. このことから, 抗力が小さい翼型については後縁のカンバーを小さくし, 揚力が上がるにつれて後縁のカンバーを強くしている効果を持っていることがわかる. つまり第2主成分は後縁のカンバーの変動に対応した成分だと推測される. なお, 揚力が非常に高いものについては第2主成分の固有ベクトルは正の値に戻っているが, これはFig.10をみればわかるとおり, 非常に大きな n (およそ $n>70$)では第1主成分が非常に強いカンバーを作り出しているため, それを適正な値に緩和する目的で正の値になっていると考えられる.

第3主成分および第4主成分については大きな傾向がFig.9からはつかみづらいが、Fig.8をみるかぎり、第3成分は後縁の広がり角に関する効果、第4主成分は前縁半径に関する効果に対応していると推測される。

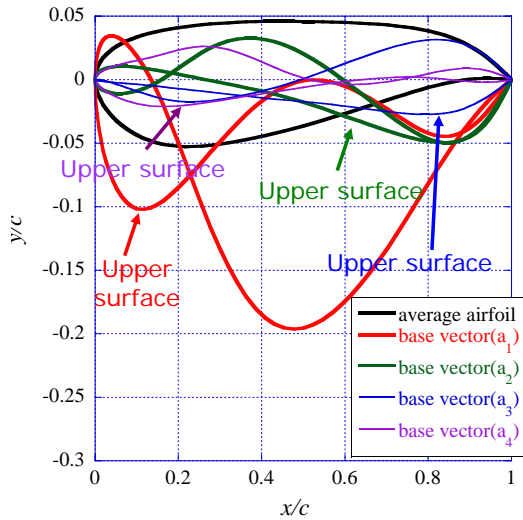


Fig.8 各モード (各主成分) の直交基底ベクトル $x'_{j,m}$

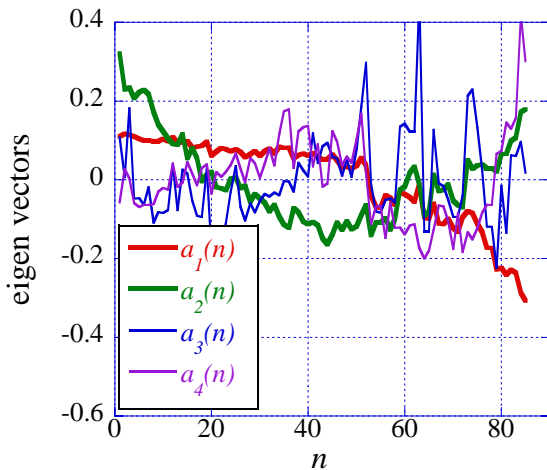


Fig.9 各モードの固有ベクトル $a_m(n)$

4.2 PODをもちいた表面圧力係数分布の分析

つぎに、表面圧力係数分布の分析を行う。Fig.11に各モード (各主成分) のエネルギー比率を示す。翼型形状の分析結果と同様に、第1主成分が支配的で、全体の79%の強さを持つ。また、第1～第4主成分で全体の99%以上を占めている。

Fig.12およびFig.13に平均表面圧力係数分布と各モードの直交基底ベクトルおよび固有ベクトルを示す。Fig.13をみると、第1主成分および第2主成分の固有ベクトルは、形状の分析結果と同じような傾向を示していることがわかる。Fig.12からは第1主成分が前縁から

90%コード長付近まで影響を与え、抗力が小さい翼型は上面で流れをあまり加速させず下面は加速させており、揚力が大きくなるにつれて上面で強く加速させ、下面ではあまり加速をさせていないということがわかる。また第2主成分は後縁付近で特に強い影響を与えていることがわかる。

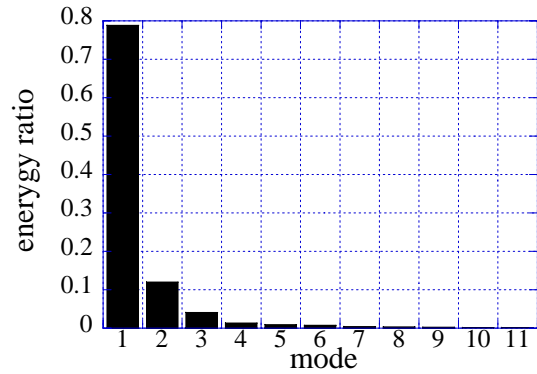


Fig.11 各モード (各主成分) のエネルギー比率.

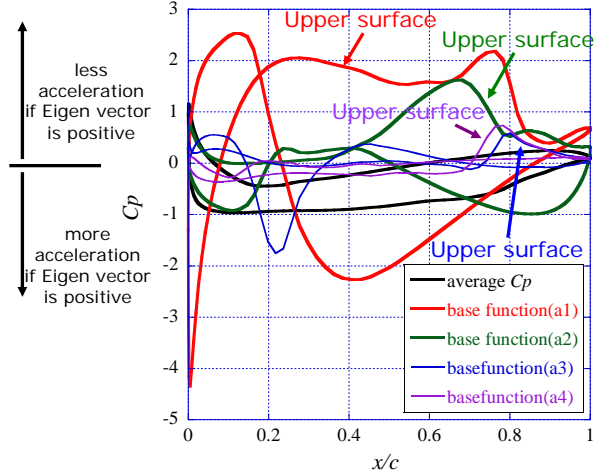


Fig.12 各モード (各主成分) の直交基底ベクトル $x'_{j,m}$

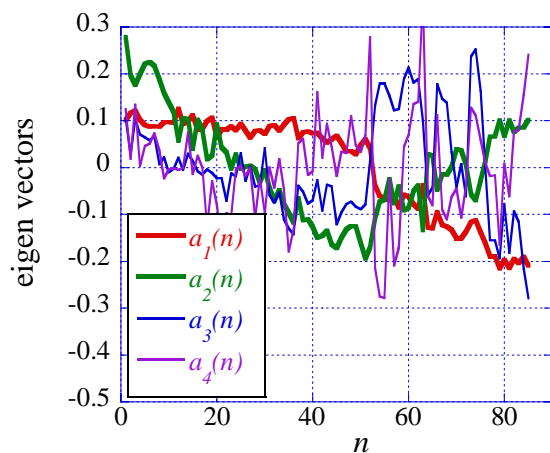


Fig.13 各モードの固有ベクトル $a_m(n)$

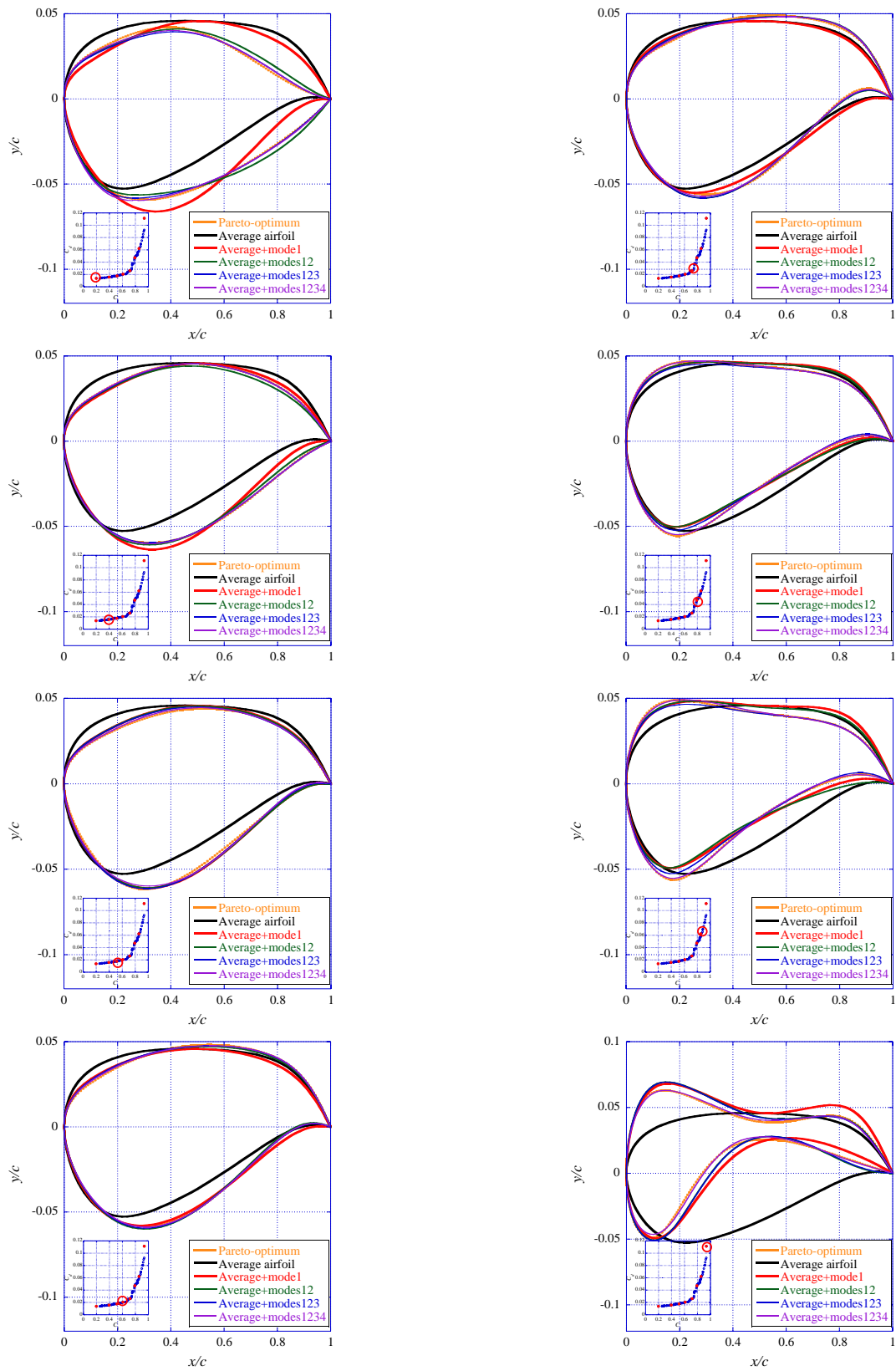


Fig. 10 いくつかのパレート最適翼型と、平均形状に各モードの直交基底ベクトルを累積して再構築した形状の比較。左上が抗力係数最小の解で右下が揚力最大の解。

5. まとめ

本研究では、固有直交分解をもちいて、多目的空力形状最適化問題のパレート最適解がもつ、形状データや流れ場データを分析する新しい手法を提案した。この手法は、主要な主成分（モード）と、それらの固有ベクトルの分布をみることで、これまで（事実上）不可能だった多数のパレート最適解の形状データや流れ場データを分析することを可能とする。また、1) 各主成分の効果が定量的に評価できる、2) 各主成分は直交しているため、主成分を別々に議論することができる、ということも本手法の特徴である。

本論文では、形状データおよび（流れ場データの一例として）表面圧力係数分布データの分析を行い、その有効性を示した。

本論文では、多目的空力最適化問題に適用したが、その適用範囲は空力最適化問題に限らない。またここで適用した問題は2目的問題であったが、固有直交分解はデータの順序は結果に影響しないため、パレート最適解に適当に番号をつけ解析を行い、固有ベクトルを自己組織化マップ等で分析することで、3目的以上の問題にも適用可能であると考えられる。

本手法は3次元流れや非定常流れを持つ問題により効果を発揮できると考えられる。今後はタービンプレードの最適化結果、3次元羽ばたき運動の最適化結果等に適用し、その有効性を示したい。

また、劣解も含めた分析、設計変数値の分析、パレート解をクラスタリングさせたあとの分析に、今後固有直交分解を試していきたい。

謝辞

本研究は科研費（20760552）の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] Jeong, S., Chiba, K., and Obayashi, S., "Data Mining for Aerodynamic Design Space," *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication* Vol. 2, No. 11, 2005, pp. 452-469.
- [2] Chiba, K., Oyama, A., Obayashi, S., and Nakahashi, K., "Multidisciplinary Design Optimization and Data Mining for Transonic Regional-Jet Wing," *Journal of Aircraft*, Vol. 44, No. 4, 2007, pp. 110-1112.
- [3] Chiba, K., and Obayashi, S., "Data Mining for Multidisciplinary Design Space of Regional-Jet Wing," *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication*, Vol. 4, No. 11, 2007, pp. 1019-1036.
- [4] Obayashi, S., and Chiba, K., "Knowledge Discovery for Flyback-Booster Aerodynamic Wing Using Data Mining," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 45, No. 5, 2008, pp. 975-987.
- [5] Oyama, A., Okabe, Y., Fujii, K., Shimoyama, K., "A Study on Flapping Motion for MAV Design Using Design Exploration," AIAA Infotech@Aerospace 2007 Conference and Exhibit, Rohnert Park, California, AIAA-2007-2878, May 7-10, 2007.
- [6] Tani, N., Oyama, A., and Yamanishi, N., "Multi Objective Design Optimization of Rocket Engine Turbopump Turbine," 5th International Spacecraft Propulsion Conference / 2nd International Symposium on Propulsion for Space Transportation, Crete, Greece, May 5-8, 2008.
- [7] Liberzon, A., Gurka, R., Tiselj, I., and Hetsroni, G., "Spatial Characterization of the Numerically Simulated Vorticity Fields of a Flow in a Flume," *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 19, 2005, pp. 115-125.
- [8] Maurel, S., Boree, J., and Lumley, J. L., "Extended Proper Orthogonal Decomposition: Application to Jet/Vortex Interaction," *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 67, 2001, pp. 125-136.
- [9] Tabib, M. V., and Joshi, J. B., "Analysis of Dominant Flow Structures and Their Flow Dynamics in Chemical Process Equipment Using Snapshot Proper Orthogonal Decomposition Technique," *Chemical Engineering Science*, Vol. 63, 2008, pp. 3695-3715.
- [10] LeGresley, P. A., and Alonso, J. J., "Airfoil Design Optimization Using Reduced Order Models Based on Proper Orthogonal Decomposition," AIAA-2000-2545, 2000.
- [11] Goss, J., and Subbarao, K., "Inlet Shape Optimization Based on POD Model Reduction of the Euler Equations," AIAA 2008-5809, 2008.
- [12] Deb, K., and Saxena, D. K., "Searching for Pareto-optimal solutions through dimensionality reduction for certain large-dimensional multi-objective optimization problems," IEEE Congress on Evolutionary Computation 2006, 2006.
- [13] Jeong, S., Lim, J. N., Obayashi, S., and Koishi, M., "Design Exploration into a Tire Noise Reduction Problem," International Workshop on Multidisciplinary Design Exploration in Okinawa 2006, Okinawa, Japan, 2006.
- [14] Toal, D. J. J., Bressloff, N. W., and Keane, A. J., "Geometric Filtration Using POD for Aerodynamic Design Optimization," AIAA-2008-6584, 2008.
- [15] Li, G., Li, M., Azarm, S., Rambo, J., and Joshi, Y., "Optimizing thermal design of data center cabinets with a new multi-objective genetic algorithm," *Distributed Parallel Databases*, vol. 21, 2007, pp. 167-192.
- [16] Fonseca, C. M., and Fleming, P. J., "Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization," *Proceedings of the 5th International Conference on Genetic Algorithms*, edited

by Forrest, S., Morgan Kaufmann Publishers, Inc., San Mateo, CA, 1993, pp. 416-423.

- [17] Goldberg., D. E., and Richardson, “Genetic Algorithms with Sharing for Multimodal Function Optimization”, *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms*, Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Mahwah, New Jersey, 1987.
- [18] Oyama, A., Shimoyama, K., and Fujii, K., “New Constraint-Handling Method for Multi-objective Multi-Constraint Evolutionary Optimization,” *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 50, No. 167, 2007, pp. 56-62.
- [19] Obayashi, S. and Wada, Y., “Practical Formulation of a Positively Conservative Scheme,” *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 5, 1994, pp.1093-1095.
- [20] Obayashi, S. and Guruswamy, G. P., “Convergence Acceleration of an Aeroelastic Navier-Stokes Solver,” *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 6, 1995, pp.1134-1141.
- [21] Baldwin, B. S. and Lomax, H., “Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows,” AIAA-1978-0257, The AIAA Electronic Library [online database], URL: <http://www.aiaa.org> [cited 1 November 2008], 1985.
- [22] Brant, A., “Multi-Level Adaptive Solutions to Boundary Value Problems,” *Mathematics of Computation*, Vol. 31, No. 138, 1977, pp.333-390.
- [23] Oyama, A., “Wing Design Using Evolutionary Algorithm,” Ph.D. Dissertation, Aeronautics and Astronautics Dept., Tohoku Univ., Sendai, Japan, 2000.
- [24] Sirovich, L., “Turbulence and Dynamics of Coherent Structures Part 1: Coherent Structures,” *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 45, No. 3, 1987, pp. 561-571.