

パレート概念に基づいた新しい制約条件取り扱い法の開発と TSTO概念設計への適用

○大山聖 (ISAS/JAXA) , 下山幸治 (東京大学) , 藤井孝藏 (ISAS/JAXA)

1. 最適化問題の定義

本論分では、一般性を失うことなく最適化問題を次のように定義する。

設計変数：

$$\bar{x} = (x_1, \dots, x_l, \dots, x_{l_{\max}}) \quad (1)$$

目的：

$$\vec{f}(\bar{x}) = (f_1(\bar{x}), \dots, f_m(\bar{x}), \dots, f_{m_{\max}}(\bar{x})) \quad (2)$$

の最大化

制約条件：

$$\bar{g}(\bar{x}) = (g_1(\bar{x}), \dots, g_n(\bar{x}), \dots, g_{n_{\max}}(\bar{x})) \leq 0 \quad (3)$$

ここで、 l_{\max} 、 m_{\max} 、 n_{\max} はそれぞれ、設計変数、目的関数、制約条件関数の数である。

2. はじめに

進化アルゴリズム(EA)[1]はダーウィンの進化論をヒントに作られた最適化手法である。EAは目的関数の勾配情報を使わず、多点同時探索を行うため、1)勾配法などの従来の最適化手法と比べてロバストである、2)多目的問題において効率的にパレート最適解を得ることが出来る、3)並列化が容易である、などの利点を持つ。このことから、EAは航空機などの空力設計最適化、複合領域設計最適化などに幅広く適用されている。

一方で、EAは設計の適応度を最大化するアルゴリズムであり、通常、目的関数値に応じて適応度を決定するため、制約条件を取り扱う陽的なメカニズムを持っていない。そのため、目的関数と制約条件の両方を適応度に織り込む手法の開発が多くの研究者によって行われてきた[2]。

現在もっともよく使われる制約条件の取り扱い手法はペナルティ法である。ペナルティ法では、それぞれの設計候補の適応度 F は目的関数値と制約条件関数値の重みつき和

で定義される。

$$F(\bar{x}) = f_1(\bar{x}) - \sum_{n=1}^{n_{\max}} \alpha_n \cdot \max(g_n(\bar{x}), 0) \quad (4)$$

ここで α_n はユーザーが定義するペナルティ係数である。この手法の欠点はペナルティ係数のチューニングを適切に行わないと制約条件を満たす解が得られなかったり、たとえ制約条件を満たす解が得られたとしても満足できる目的関数値を得られなかったりする点である。また、制約条件が複数ある場合には、制約条件同士の重み付けを適切に行わないと、ある制約条件は満たすが、他の制約条件は満たさない解が得られることが考えられる。さらに、ペナルティ法では多目的最適化問題の扱いが考慮されていないという欠点も持つ。

このことから、多目的進化アルゴリズム(MOEA)で用いられる非支配の概念に基づいた新しい制約条件の取り扱い手法の研究が近年行われている。その中の一つに Deb らの constrained domination approach [3]がある。この手法では各世代において、それぞれの個体 i について、自分以外のすべての個体 j と以下に示す制約つき支配解の定義 1) をもとに比較して支配される解の数をもとにランク付けをし、そのランクを元に各設計候補の適応度を決定する手法である。

定義 1) 以下の条件のいずれかが満たされるとき、解 i は解 j の制約つき支配解と定義する。

1. 解 i および解 j の両方が制約条件を満たし、かつ、解 i が解 j を支配する
2. 解 i が制約条件を満たし、解 j は満たさない
3. 解 i および解 j の両方が制約条件を満たさないが、解 i は解 j より制約条件関数の違反 $\max(g_m, 0)$ が小さい

ここで

定義 2) 以下の条件が同時に満たされるとき、解 i が解 j を支配すると定義する。

1. 解 i がすべての目的関数について、解 j に劣っていない

$$\forall f_m(\bar{x}_i) \geq f_m(\bar{x}_j) \quad (5)$$

2. 解 i が解 j より優れた目的関数を少なくとも一つ持っている

$$\exists f_m(\bar{x}_i) > f_m(\bar{x}_j) \quad (6)$$

この手法の利点は、多目的最適化問題に適用が可能である、制約条件の数が一つである限りペナルティ係数のチューニングが必要ない、という点である。しかしながら、この手法は制約条件が一つの最適化問題のみを考えているため、制約条件が複数ある場合には制約条件をひとつの関数にまとめる必要がある。その場合には制約条件をひとつの関数にまとめる際に必要な係数の注意深いチューニングが必要である。

もうひとつの非支配の概念に基づいた制約条件の取り扱い手法の例としてCoelloの制約条件取り扱い手法[4]が挙げられる。この手法では、各世代においてそれぞれの設計候補を目的関数値および制約条件関数値を定義 3) に基づき相対的に比較し、それぞれの設計候補のランクを決定し、そのランクをもとに各設計候補の適応度を決定する。

定義 3) 以下の条件のいずれかが満たされるとき、解 i は解 j の制約つき支配解と定義する。

1. 解 i および解 j の両方がすべての制約条件を満たし、かつ、解 i が解 j を支配する
2. 解 i がすべての制約条件を満たし、解 j は満たさない制約条件がある。
3. 解 i および解 j の両方が満たさない制約条件を持つが、解 i のほうが満たさない制約条件の数が少ない
4. 解 i および解 j の両方が同数の満たさない制約条件を持つが、解 i のほうが以下の式で定義されるトータルの制約条件違反が小さい

$$coef(\bar{x}) = \sum_{n=1}^{n_{\max}} \max(g_n(\bar{x}), 0) \quad (4)$$

この手法の利点は制約条件の数が複数であった場合もチューニングすべき係数が現れない点である。一方、解 i および解 j を比較する際に違反する制約条件の数が同数だった場合、複数の制約条件値の和で優劣を判断するため、制約条件値のオーダーが大きく異なった場合、最適解を見つけることが難しいという欠点を持つ。

よって本研究では、多目的最適化問題にも適用でき、係数のチューニングが必要なく、かつ、ロバストなEAのための新しい制約条件取り扱い手法を提案する。そのために、パレート最適性の概念を制約条件の取り扱い手法に導入する。また、本研究で開発される手法を溶接桁のコスト最小化問題やTSSTO概念設計に適用することによってその有効性を検証する。

3. パレート概念に基づいた制約条件取り扱い手法

本研究で提案する制約条件取り扱い手法では、各世代において、各個体を以下に示す制約つき支配解の定義をもとにランク付けをし、そのランクを元に各設計候補の適応度を決定する。

定義 4) 以下の条件のいずれかが満たされるとき、解 i は解 j の制約つき支配解と定義する。

1. 解 i および解 j の両方がすべての制約条件を満たし、かつ、解 i が解 j を支配する
2. 解 i がすべての制約条件を満たし、解 j は満たさない制約条件がある。
3. 解 i および解 j の両方が満たさない制約条件を持ち、かつ、解 i が制約条件空間で解 j を支配する

ここで、

定義 5) 以下の条件が同時に満たされるとき、解 i が制約条件空間で解 j を支配すると定義する。

1. 解 i がすべての制約条件について、解 j に劣っていない
- $$\forall G_n(\bar{x}_i) \leq G_n(\bar{x}_j) \quad (5)$$
2. 解 i が解 j より優れた制約条件を持って

$$\exists G_n(\bar{x}_i) < G_n(\bar{x}_j) \quad (6)$$

$$G_n(\bar{x}) = \max(0, g_n(\bar{x})) \quad (7)$$

本研究では、すべての制約条件を満たす解のランクについては目的関数値に基づいたフォンセカ・フレミングのパレートランキング[5]を用い、制約条件を満たさない解のランクを決定するためには制約条件値 G_n に基づいてフォンセカ・フレミングのパレートランキングを適用する。また、制約条件が厳しい問題では、すべての制約条件を満たす解が最適化の序盤では現れない可能性がある。それらの世代で制約条件に基づく解の多様性を保つため、制約条件を満たさない設計間には制約条件値に基づいたシェアリング法を適用する。

今研究で提案された手法は、従来目的関数空間で用いられてきたパレートランキングおよびシェアリングに基づくランキングを制約条件空間にも適用することが特徴である。このことにより、多目的最適化問題に適用でき、複数の制約条件がある場合でも係数のチューニングが必要ではなく、かつ、ロバストであるといった利点を持つ。

4. 溶接桁のコスト最小化

はじめに、溶接桁のコスト最小化問題[6]についてEAによる最適化を行い、本研究で提案された手法と他の制約条件取り扱い手法（動的ペナルティ法[7]、constraint-domination approach、Coelloの手法）との比較を行う。これらの手法で必要な係数はすべて1とする。この最適化問題は一般的な工学的最適化問題と同様に多くの制約条件を持ち、最適解を得ることが難しいテスト問題の一つである。

4. 1 最適化問題の定式化

溶接桁の構造を図1に示す。溶接桁は桁、溶接材、および桁を固定する部材からなる。目的は荷重 P で壊れずに製作費を最小化できる h, l, t , および b （以下それぞれ x_1, x_2, x_3, x_4 と記す）を見つけることである。目的関数は以下のように定式化される。

$$f_1(\bar{x}) = (1 + c_1)x_1^2x_2 + c_2x_3x_4(L + x_2) \quad (7)$$

ここで c_1 および c_2 は溶接材および桁の単位体積あたりのコストである。制約条件は

$$g_1(\bar{x}) = \tau(\bar{x}) - \tau_{\max} \leq 0 \quad (8)$$

$$g_2(\bar{x}) = \sigma(\bar{x}) - \sigma_{\max} \leq 0 \quad (9)$$

$$g_3(\bar{x}) = x_1 - x_4 \leq 0 \quad (10)$$

$$g_4(\bar{x}) = c_1x_1^2 + c_2x_3x_4(L + x_2) - 5 \leq 0 \quad (11)$$

$$g_5(\bar{x}) = \delta(\bar{x}) - \delta_{\max} \leq 0 \quad (12)$$

$$g_6(\bar{x}) = P - P_c(\bar{x}) \leq 0 \quad (13)$$

ここで σ, τ, P および δ はそれぞれ桁曲げ応力、溶接材せん断応力、桁たわみ応力、桁端変位である。ここでは制約条件の取り扱い手法の比較を目的としているため、最大曲げ応力 σ_{\max} および最大せん断応力 τ_{\max} は以下のように参考文献中の問題よりも厳しく設定する。

$$\tau_{\max} = 5,000 \text{ psi}, \quad (14)$$

$$\sigma_{\max} = 10,000 \text{ psi} \quad (15)$$

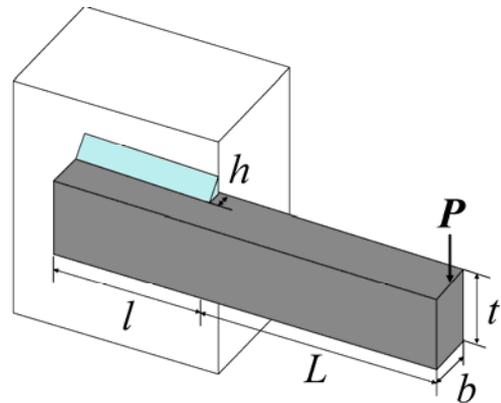


Fig. 1. The welded beam structure.

4. 2 進化アルゴリズムの設定

ここで用いるEAは遺伝子を実数で表現することとし、選択にはrandom parental selectionおよびベストN選択を用いる。交叉にはblended crossover (BLX-0.5)を用いる。ベストN選択を用いているため突然変異率は20%と大きめの値に設定する。また、人口サイズと世代数はそれぞれ100と200とする。

4. 3 結果

ここで定義された溶接桁のコスト最小化問題は制約条件が厳しいためロバストな最適化手法であることで知られるEAを用いてもすべての制約条件を満たす解が必ずしも得られるわけではない。図2にはそれぞれの制約条件取扱法を用いたEAを使って、異なる初期集団から始めた50回の最適化のうち何回すべての制約条件を満たす解が得られたかを示す。本研究で提案された手法は50回の試行のうち48回の試行ですべての制約条件を満たす解を得ることが出来たことは特筆すべきことである。

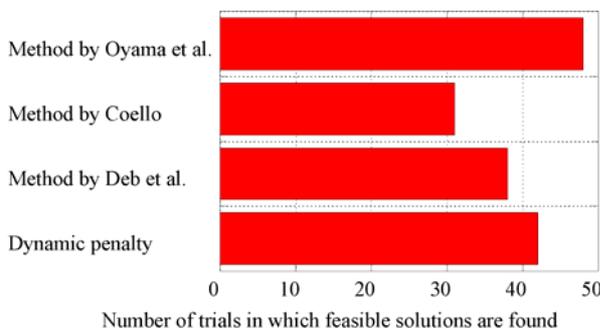


Fig. 2. Number of trials in which feasible solutions are found.

図3に最適化された解の平均コストを比較する。本研究で提案された手法を用いた最適化により得られた最適解の平均コストも他の手法よりも低くなっており、本研究で提案された手法の有用性を示している。

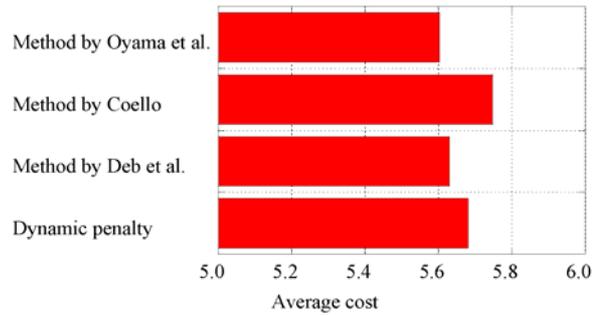


Fig. 3. Average cost of optimized designs.

5. TSTOスペースプレーンの概念設計最適化

ここでは、本研究で提案された手法を用いてtwo-stage-to-orbit (TSTO)スペースプレーンの概念設計を行い、実設計最適化問題においての有用性を確認する。

本研究で概念設計されるTSTOスペースプレーンはエアブリージングエンジンを搭載したブースターとロケットエンジンを搭載したオービターからなり、一定の高度でブースターから分離されたオービターが低軌道にペイロードを運ぶミッションを行うと仮定する。(図4)

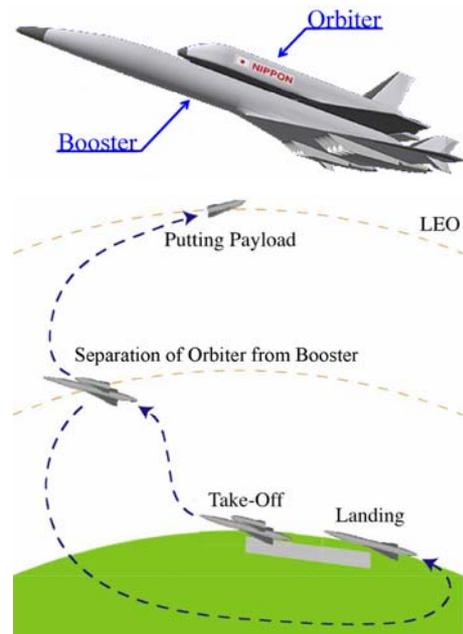


Fig. 4. The TSTO Spaceplane and its mission.

5. 1 最適化問題の定式化

ここで考えるTSTOスペースプレーンのミッションは10トンのペイロードを高度400kmの赤道面円軌道に運ぶことである。簡単のため、離陸地点および着陸地点は赤道上にあると仮定する。ブースターのエンジンはエキスパンダーサイクル・エアターボラムジェットエンジン(ATREX)[8]を搭載すると仮定する。

設計最適化の目的は離陸重量の最小化である。分離時間は550秒以内になるように制約条件を課す。ブースターの最大推力は2.5 [MN]より小さくなるように制約する。離陸重量、分離時間、およびブースター最大推力は、ISASで開発されたTSTO概念設計ツール[9,10]を用い、推進、空力、軌道、構造モジュールの反復計算により求める(図5)。推進、機動、および機体形状パラメータ(計10個)を設計変数とする。

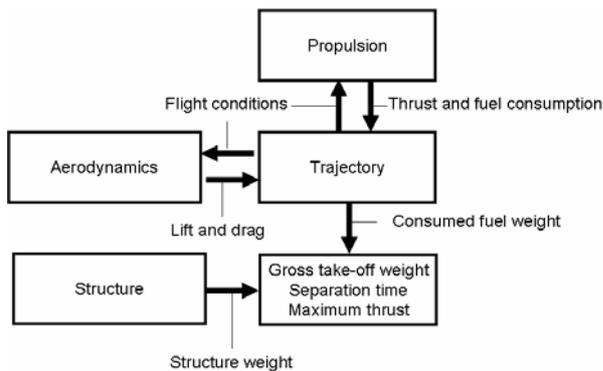


Fig. 5. The TSTO simulation system.

5. 2 進化アルゴリズムの設定

ここで用いる進化アルゴリズムは溶接桁のコスト最小化問題で用いた進化アルゴリズムと同じである。ただし、人口サイズと世代数はそれぞれ50としている。

5. 3 結果

表1にそれぞれの制約条件取り扱い手法について100回の最適化の試行を行ったときに制約条件を満たす解が得られた回数、制約条件を満たす解の平均離陸重量、最小の離陸重量、および標準偏差を示す。動的ペナルティ法および constrained-domination approach では制約条件を満たす解を得ることが出来なかった。その原因としてはこれらの手法が桁の異なる二つの制約条件値の和を最小化する手法であるためと考えられる。本研究で提案された手法はすべての試行で制約条件を満たす解を得ることが出来た。さらに、成功数、平均値、最小値、および標準偏差のすべてにおいて Coello の手法より優れていることが示された。これも Coello の手法が両方の制約条件を満たさない解に対して制約条件の線形和で支配・非支配を判断していることが原因であると考えられる。

Table 1. Comparison between the constraint-handling methods.

	Number of Successes	Average weight [ton]	Weight of the best design [ton]	Standard Deviation [ton]
Method by Oyama et al.	100	371.190	369.000	1.5787
Method by Coello	99	371.285	369.038	1.6239
Method by Deb et al.		No feasible design is found		
Dynamic Penalty		No feasible design is found		

6. 結論

本研究では進化アルゴリズムのためのパレート最適性の概念に基づいた新しい制約条件の取り扱い手法を開発した。この手法は従来目的関数空間で用いられてきたパレートのランキングおよびシェアリングに基づくランキングを制約条件空間にも適用することが特徴であり、多目的最適化問題に適用でき、複数の制約条件がある場合でも係数のチューニングの必要性がなく、かつ、ロバストであるといった利点を持つ。

本研究では、提案された手法を溶接桁のコスト最小化問題に適用し、他の制約条件取り扱い手法より優れていることを示した。また、TSTOスペースプレーンの概念設計最適化問題に適用し複合領域最適化問題においても他の制約条件取り扱い手法より優れていることを確認した。

本研究では単目的の最適化問題に本研究で提案された制約条件取り扱い手法を適用したが、多目的最適化問題への適用も容易であり、様々な実設計問題において有効な手段であると考えられる。

参考文献

1. Deb, K.: Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms. John Wiley & Sons, Chichester, England (2001)
2. Coello, C. A. C.: Theoretical and Numerical Constraint-handling Techniques Used with Evolutionary Algorithms: A Survey of the State of the Art. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 191 (2002) 1245-1287
3. Deb, K.: An Efficient Constraint-handling Method for Genetic Algorithms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 186(2-4) (2000) 311-338
4. Coello, C. A. C.: Constraint-Handling Using an Evolutionary Multiobjective Optimization Technique. *Civil Engineering and Environmental Systems* Vol. 17 (2000) 319-346
5. Fonseca, C. M., Fleming, P. J.: Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization. In: *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann Publishers, Inc., San Mateo, CA (1993) 416-423
6. Deb, K: Optimal Design of a Welded Beam via Genetic Algorithms. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, Vol. 29, No. 11 (1991) 2013-2015
7. Joines, J., Houck, C.: On the Use of Non-Stationary Penalty Functions to Solve Nonlinear Constrained Optimization Problems with Gas. In: Fogel, D. (Ed.): *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, IEEE Press, Orlando, FL (1994) 579-584
8. Tanatsugu, N., Carrick, P.: Earth-to-Orbit Combined Rocket/Airbreathing Propulsion. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper* 2003-2586 (2003)
9. Kobayashi, H, Tanatsugu, N.: Optimization Method on TSTO Spaceplane System Powered by Airbreather. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper* 2001-3965
10. Shimoyama, K., Fujii, K., Kobayashi, H.: Improvement of the Optimization Method of the TSTO Configuration – Application of Accurate Aerodynamics. *Proceedings of Third International Conference on Computational Fluid Dynamics* (2004)