L1　遺伝的プログラミングと空気力学と空力設計

○**大山聖**（JAXA宇宙研），**藤井孝藏**（JAXA宇宙研），**立川智章**（東大院）

Genetic Programming, Aerodynamics, and Aerodynamic Design

Akira Oyama (ISAS, JAXA), Kozo Fujii (ISAS, JAXA), and Tomoaki Tatsukawa (U. Tokyo)

Key Words : Genetic programming, multiobjective design exploration

Abstract

Potential use of genetic programming (GP) for aerodynamics and aerodynamic design is discussed. GP has capability to find natural laws from experimental data as well as to extract design knowledge from a result of multiobjective optimization. A primitive result is presented.

１．はじめに

遺伝的アルゴリム(GA)を拡張した最適化手法として遺伝的プログラミング（GP）[1]がある．GAが遺伝子情報を主に配列の形で持つのに対し，GPでは設計変数が木構造やグラフ構造などのデータ構造を持ち，データ構造を含めて最適化できることが大きな特徴である（図１）．GPの最適化のアルゴリズムは基本的には遺伝的アルゴリムと同じであるが，設計変数がデータ構造を持つために交叉や突然変異に特殊な手法を用いている（図２）．

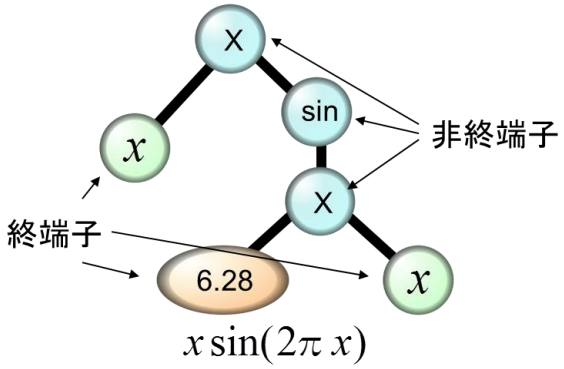


図１数式を最適化する場合のGPの設計変数の一例.

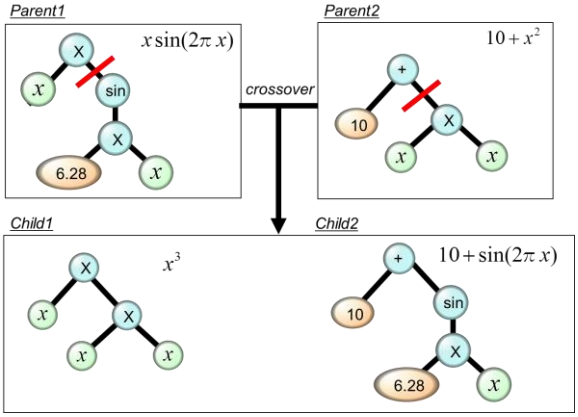
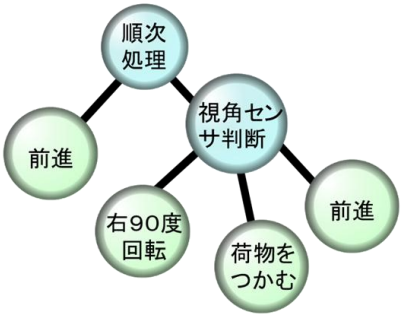


図２　GPにおける交叉の一例.

GPの大きな利点は，（１）GAと同様に最適化の過程で勾配情報を必要としないため命令文などの実数以外の設計変数も最適化することが可能，（２）遺伝子表現がデータ構造を持っているため，データ構造を含めて最適化することが可能，の２点である．特に（２）はGP特有の特徴であると考えられる． これらの特徴から，ロボット制御プログラムの設計や画像処理プロセスの設計，関数の同定や電気回路の設計などに用いられている（図３）．



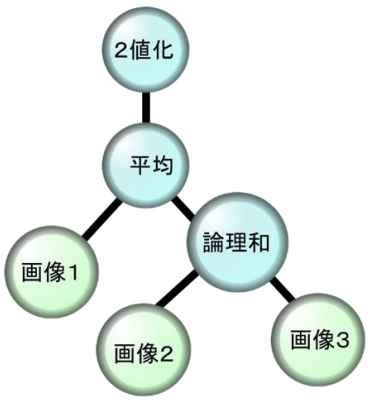


図３（上）ロボット制御プログラムの設計の例
（下）画像処理プロセスの設計の例.

本論文では，GPの関数同定機能に焦点を当て，GPを使った空気力学や空力設計の研究の発展の可能性について議論するとともに，初歩的な計算結果を紹介する．

２．空気力学や空力設計でのGPの活用方法

2009年のScienceにGPを用いて実験データから自然法則を導き出す研究論文が掲載された[2]．この論文では，単純な振り子運動について，実験により得られた振り子の角度の時系列データから，振り子運動の方程式をGPを使って自動的に発見することが可能であることが示されている．

はじめに，これと同様の方法を空気力学・流体力学における自然法則発見に用いることを考える．たとえば平板境界層の計測で様々な密度ρ，粘性係数μ，速度uなどの条件の下で層流境界層から乱流境界層に遷移した距離x_cを計測し下記のような実験データを獲得したとする．

$$\begin{pmatrix} x_{c,1} = f(\rho_1, \mu_1, u_1, ...) \\ x_{c,2} = f(\rho_2, \mu_2, u_2, ...) \\ x_{c,3} = f(\rho_3, \mu_3, u_3, ...) \\ ... \end{pmatrix}$$

このデータについてGPを用いて$x_{c,i}$についての回帰式を求めれば式（１）のような形で遷移レイノルズ数に関する式を自動的に見つけ出すことが可能であろう．

$$\frac{\rho u x_c}{\mu} = const = \mathrm{Re}_c \qquad (1)$$

また，宇宙に関連した空力問題としてリエントリカプセルの遷音速領域における動的不安定性問題がある．Iizukaらはこの問題に関連して，カプセルのピッチ運動をよく表現する式としてConstant-Delay Model（式（２））を提案している[3].

$$\left[1 + a_1[\theta]\frac{d}{dt}\right] C_{mp}^{b:dy}(t) = C_{mp}^{b:st}[\Theta \cos \omega t] \qquad (2)$$

ピッチ運動の時間履歴や表面圧力係数の時間履歴データからGPを用いて上記のような式を自動的に導き出すことも可能かもしれない．

つぎに，空力設計におけるGPの活用方法について考えてみる．近年，非劣解を効率的に獲得することが可能な多目的設計最適化や得られた非劣解から設計に関する有益な知見を獲得する多目的設計探査が注目されている．GPの利用方法としてまず考えられるのが得られた非劣解の設計変数値と目的関数値を教師データとしてGPを用いて目的関数の近似関数を求める方法である．この方法を使えばある程度の世代分の多目的最適化を行った後，近似関数をGPを用いて求め，この近似関数を利用して再度最適化をしていくことで多目的最適化の計算時間が大きく短縮できる可能性がある（図４）．

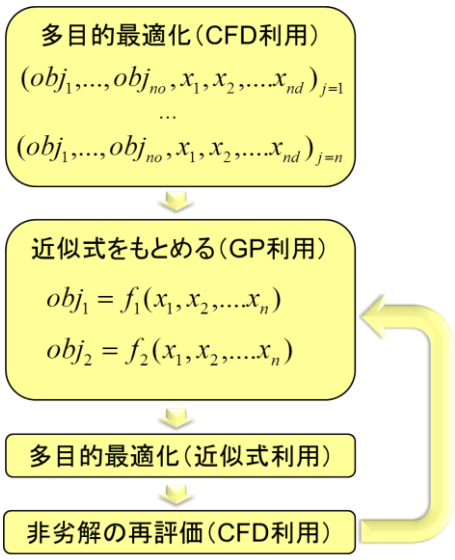


図４　GPを用いた多目的最適化の計算時間短縮

また，得られた近似式から非劣解が持つ特性を調べ設計のための知見を獲得することにもGPを活用できると考えられる．このアイディアについては具体的な例をあげて次の章で述べることとする．

３．GPを用いた多目的設計探査

ここでは，翼型の空力多目的最適化により得られた非劣解のデータから，翼型の空力設計に関する知見をGPを用いて獲得することを試みる．

４－１　解析する非劣解

本研究で解析を行う非劣解は下に示す多目的空力形状最適化問題を解くことで得られた翼型である．

目的関数：　揚力係数 C_l（最大化）
　　抗力係数 C_d（最小化）
制約条件：　揚力係数 C_l>0，最大翼厚比＞0.10
設計変数：　翼型を表現するB-Splineの制御点の(x,y)座標（図５）

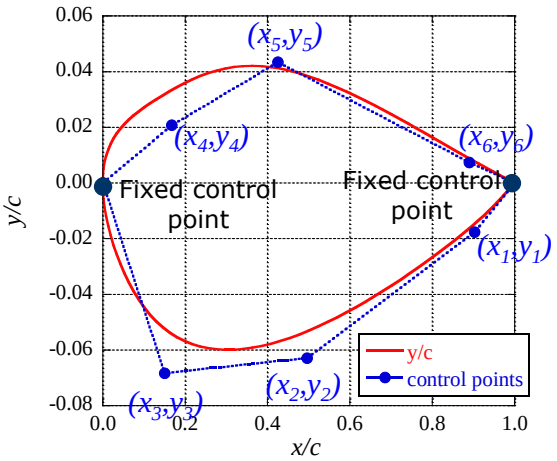


図５　翼型の定義方法．翼型はB-Spline曲線で表現し，前縁と後縁をのぞく６つの制御点の(*x*,*y*)座標を設計変数とする．設計変数の数は１２である．

非劣解は文献[4]で用いた多目的進化アルゴリズム(MOEA)を使って求めている．ここで用いたMOEAは実数コーディングを用いている．人口サイズは６４，世代数は６０としている．初期集団は設定された探査範囲（表１）全体をカバーするようにランダムに生成する．各設計候補の適応度はパレートランキング，シェアリングに基づいて決定される．新しい世代の親集団はベストN選択とルーレット選択により選ばれる．交叉にはBLX-0.5をもちい，突然変異には一様突然変異を突然変異率0.2で用いている．

表１　設定探査領域

Design parameter	lower bound	upper bound
x_1	0.66	0.99
x_2	0.33	0.66
x_3	0.01	0.33
x_4	0.01	0.33
x_5	0.33	0.66
x_6	0.66	0.99
y_1	-0.1	0.10
y_2	-0.1	0.10
y_3	-0.1	0.10
y_4	0.0	0.20
y_5	0.0	0.20
y_6	0.0	0.20

それぞれの解の揚力係数および抗力係数は，翼型周りの空間を離散化し，２次元Navier-Stokes方程式を解いて得られた流れ場（密度分布，速度分布，エネルギー分布）からもとめる．２次元Navier-Stokes方程式を解くために用いた計算コードはTVD上流差分，LUSGS陰解法，Baldwin/Lomaxの乱流モデル，多重格子法をベースとしている．詳細については文献[5]を参照されたい．

得られた解の分布と揚力係数最大翼型，揚抗比最大翼型，抗力係数最小翼型まわりの圧力分布を図６に示す．得られたパレート最適解は８５個である．また，これら３つの解の形状と表面圧力係数分布の比較を図７に示す．抗力係数が小さい翼型は強い衝撃波を作らず抗力を小さく抑えており，揚力係数が大きい翼型は上面に強い負圧領域を発生させ，揚力を稼いでいる．また，揚抗比が大きい翼型はよく知られたスーパークリティカル翼型に似た形状になっていることがわかる．これらのことから得られた解は厳密なパレート最適解のよい近似解になっていることが確認できる．

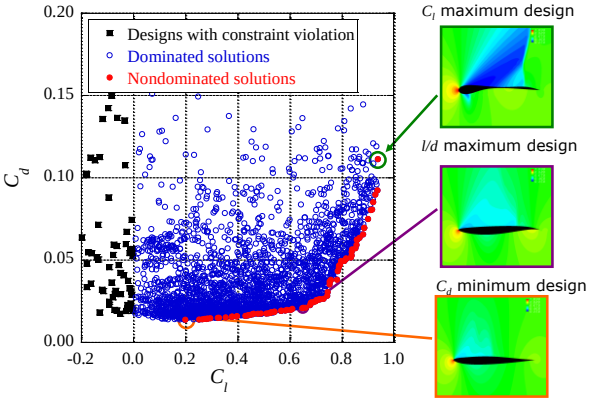


図６　得られた解の分布といくつかの解のまわりの流れ場（圧力分布）．

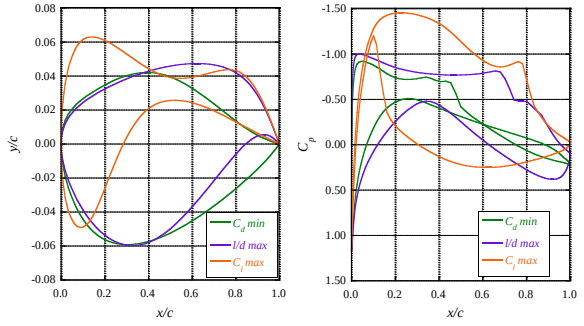


図７　抗力係数最小，揚抗比最大，揚力係数最大の翼型形状と表面圧力係数分布．

４－２　手法

GPを用いた多目的設計探査の流れを図８に示す．始めに設計問題を多目的最適化問題として定義し，多目的進化計算を用いて非劣解を得る．非劣解はそれぞれ目的関数値および設計変数値を持つため，分析を行うデータは

$$\left\{obj_1^k, obj_2^k, ..., obj_{N_o}^k, dv_1^k, dv_2^k, ..., dv_{N_d}^k\right\}$$
$$k = 1,2,...,N_n$$

と表される．ここでobj_i^k　はi番目の目的関数の値，dv_j^kはj番目の設計変数の値，N_oは目的関数の数，N_dは設計変数の数，N_nは非劣解の数である．

次に，得られた非劣解のデータにGPを適用し，それぞれの目的関数値と設計変数値の間の回帰式を求める（式（３））

$$\hat{obj}_i = f(dv_1, dv_2, ..., dv_{N_d})$$
$$i = 1,2,...,N_o \qquad (3)$$

得られた回帰式（３）から，目的関数間の相関関係を求めることができる．

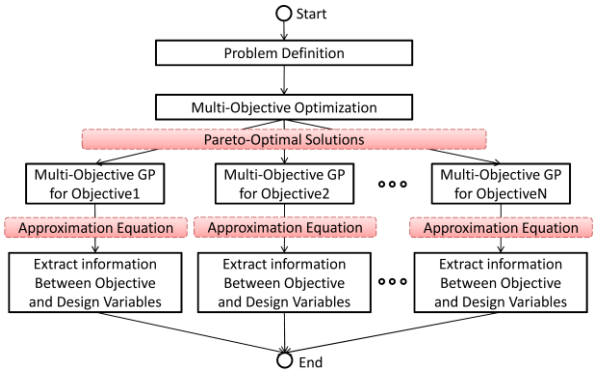
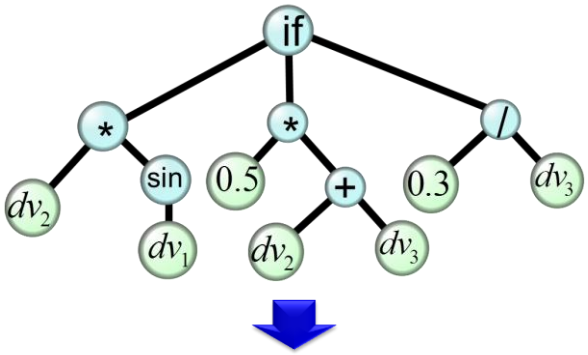


図８　GPを用いた多目的設計探査の流れ

本研究で回帰式を求めるために用いているGPではデータ構造に木構造を採用する．終端ノードには設計変数もしくは定数が入ることとする．最上位の非終端ノードは条件ノードとし不変とする，それ以外の非終端ノードには加減乗除のいずれか(+,-,*,/)が入る（図９）．



$$if \quad dv_2 \cdot \sin(dv_1) > 0 \quad then$$
$$obj_i = 0.5(dv_2 + dv_3)$$
$$else$$
$$obj_i = 0.3 / dv_3$$

図９　条件付き回帰式のコーディング

設計目的は条件付き回帰式の残差の最小化とノード長最小化の２つとする．ノード長の最小化を２つめの目的としたのは，残差のみを最小化するとノード長が非常に多くなり，得られた式の解析が難しくなる恐れがあるためである．残差は次に示すように残差の絶対値の平均とする．

$$R_i = \frac{\sum_{k=1}^{N_p} \left| obj_i^k - \hat{obj}_i^k \right|}{N_p} \qquad (4)$$

ノード長は終端ノードと非終端ノードの数の単純な合計であり，ここでは結果に影響を及ぼさない冗長なノードもカウントしている．ここで用いているGPのフローチャートを図１０に示す．最初にランダムに初期集団を生成し，その目的関数値を評価した上で選択・交叉・突然変異といった一般的な進化計算と同様な手順で進化を行っていく．

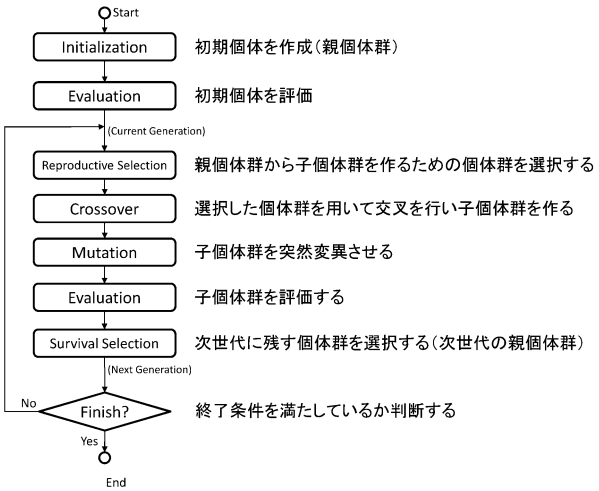


図１０　GPのフローチャート

４－３　結果

ここでは非劣解のもつ設計変数値と揚力係数値をもとに揚力係数の回帰式を求め設計知識を抽出することを試みる．集団サイズを2000，世代数を5000とし，初期集団をかえて８回の試行を行って得られた解のうち，もっとも残差が最小だった解を式（５）に示す．

$$\begin{aligned} &if \quad Y_2 - X_3 + Y_3 - 0.6Y_5 > 0 \quad then \\ &\qquad \hat{C}_L = 0.6 + 0.345Y_4 \\ &else \\ &\qquad \hat{C}_L = 0.667Y_1 + 0.667Y_2 \end{aligned} \tag{5}$$

式（５）のIF文が非劣解をどのように分割するのかを可視化したのが図１１であり，IF条件文を満たした解が赤，満たさない解が青で示されている．この図を見ると非劣解が抵抗係数が小さいグループと揚力が大きいグループに分かれていることがわかる．今回解析した非劣解データが高揚力係数のグループと低抵抗係数のグループに分かれることは固有直交分解を用いた過去の研究で知られており[6]，それと同様の結果をGPでも得る事が可能であることがわかった．

また，式（５）から，揚力が高いグループではy_4と揚力係数に強い正の相関があり，抵抗が小さいグループではy_1とy_2の平均値に強い正の相関があることがわかる．過去の研究[6]から（１）揚力係数が高いグループではキャンバーを大きく変化させて揚力を上昇させる，（２）抵抗係数が小さいグループでは主に後縁でキャンバーをつけることで揚力を上昇させる，という関係があることがわかっているが，これらの傾向とGPで得られた知見は矛盾していない．

次に，揚力係数が高いグループと抵抗係数が小さいグループをそれぞれ散布図行列で可視化し，下三角行列部に相関係数を表示したものを図１２と図１３に示す．揚力係数との相関係数の絶対値が０．６以上の変数の移動方向を整理すると図１４のような傾向が見て取れるが，GPにより得られた知見はこれらと矛盾はないが，不十分であることも示している．これはy_4とそれ以外の揚力係数と強い相関を持つ設計変数が強い相関を持つためであると考えられる．

このことから，設計変数どうしの相関関係も同時にGPで求めていくなどの方法が必要がであると考えられる．

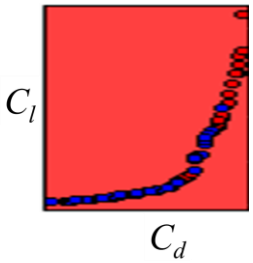


図１１　GPによる非劣解の分類

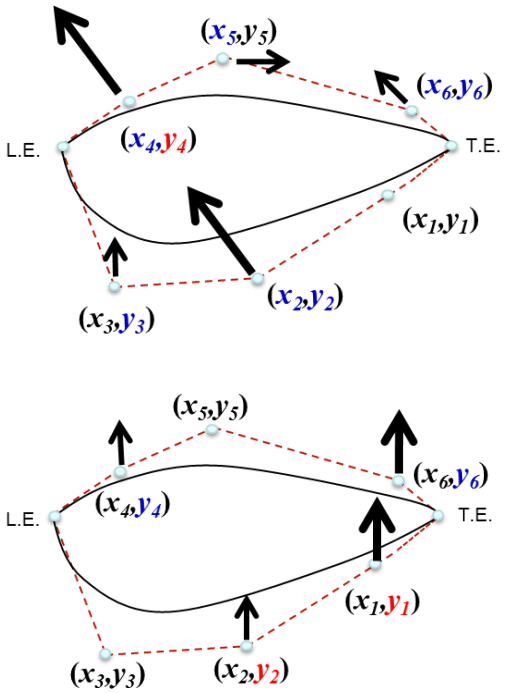


図１４　（上）揚力係数が高いグループではキャンバーを大きく変化させて揚力を上昇させる（下）抵抗係数が小さいグループでは主に後縁でキャンバーをつけることで揚力を上昇させる

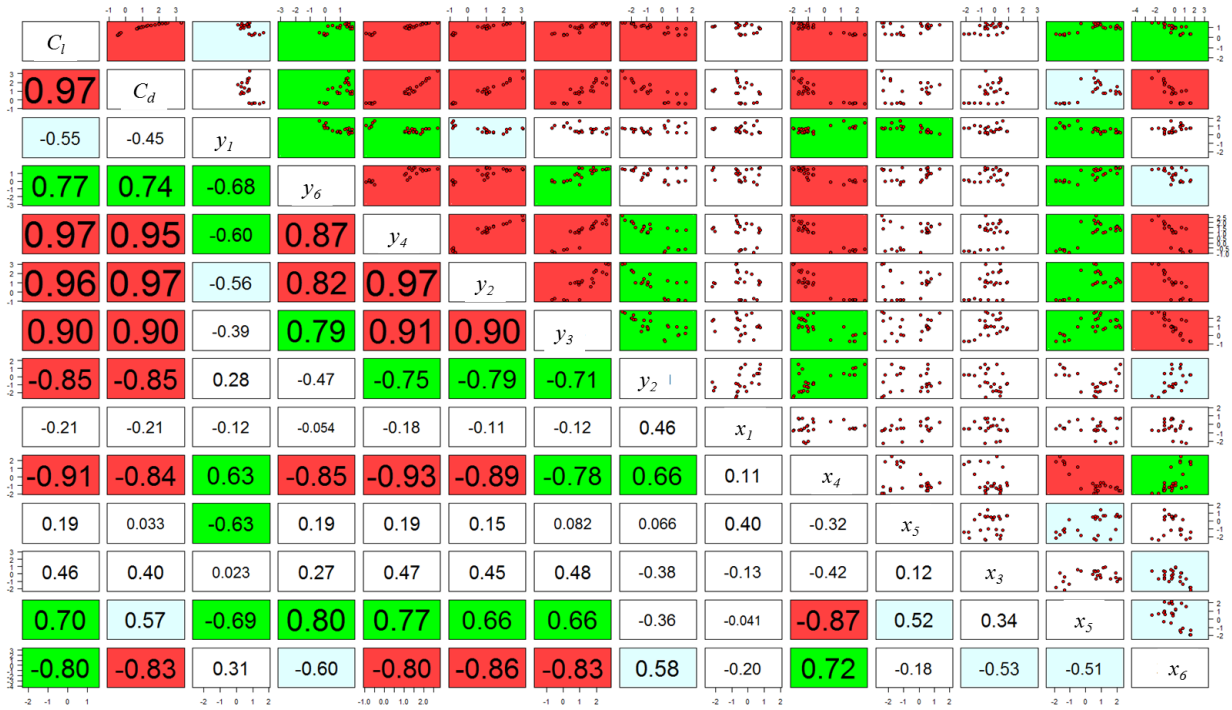


図１２　揚力が高いグループの散布図行列

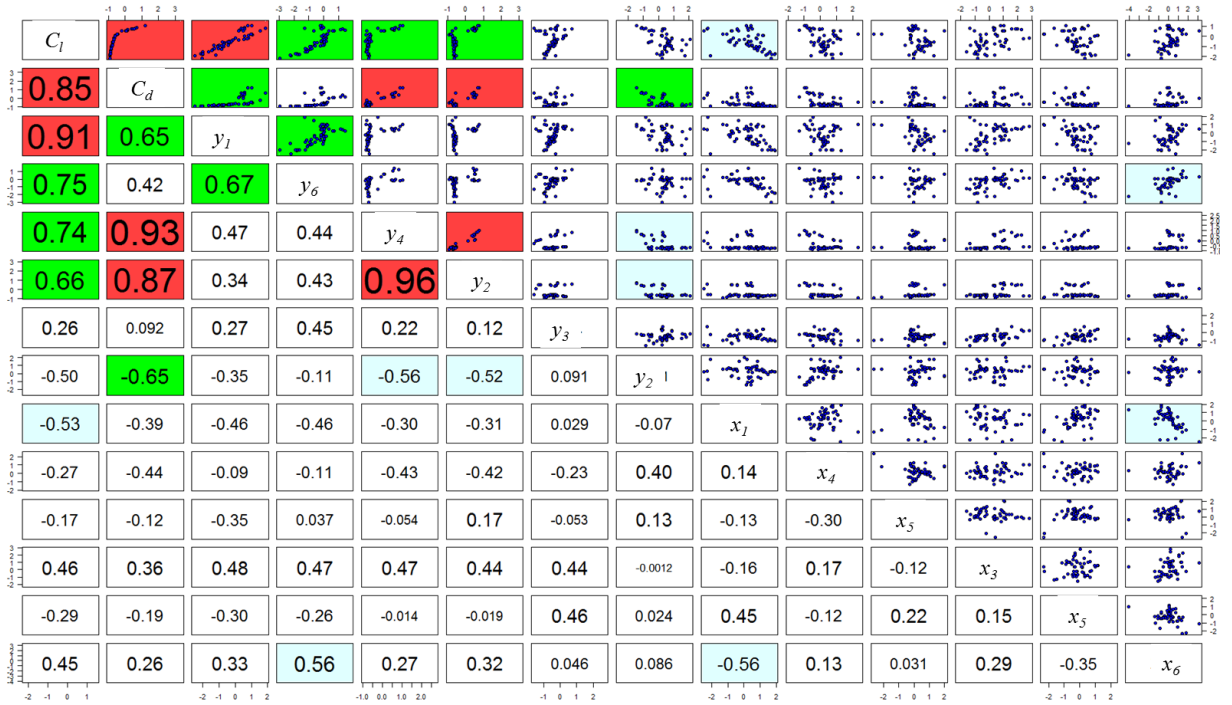


図１３　抵抗が小さいグループの散布図行列

４．まとめ

遺伝的プログラミング(GP)はデータをデータ構造ごと最適化する手法であり，GPを用いることでプログラムやプロセスの自動生成や複雑な関数の同定などが可能となる．本研究ではGPの空気力学や空力設計の研究への利用の可能性について議論を行った．また，GPを用いて非劣解データから設計最適化問題に関する知見を獲得することを試みた．まだ検討すべき点は多々あるが，その可能性の一端を示せたのではないかと考えている．

参考文献

[1] John R. Koza, *Genetic Programming: on the programming of computers by means of natural selection*, MIT Press, 1992.

[2] Michael Schmidt, et al., Distilling Free-Form Natural Laws from Experimental Data, *Science*, 324, 81, 2009.

[3] Nobuyuki Iizuka and Kozo Fujii, “Evaluation of Dynamic Base Moment of a Blunt Re-entry Capsule in the Transonic Region,” IAC, 2006.

[4] Akira Oyama, Yoshiyuki Okabe, Koji Shimoyama, and Kozo Fujii, “Aerodynamic Multiobjective Design Exploration of a Flapping Airfoil Using a Navier-Stokes Solver,” *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication*, Vol. 6, No. 3, pp. 256-270, 2009.

[5] Oyama, A., “Wing Design Using Evolutionary Algorithm,” Ph.D. Dissertation, Aeronautics and Astronautics Dept., Tohoku Univ., Sendai, Japan, 2000.

[6] Akira Oyama, Taku Nonomura, and Kozo Fujii, “Data Mining of Pareto-Optimal Transonic Airfoil Shapes Using Proper Orthogonal Decomposition,” *Journal of Aircraft*, Vol.47, No. 5, pp.1756-1762, 2010.